

## أثر استخدام استراتيجية التفكير فوق المعرفي في تنمية البرهان الرياضي والتحصيل لدى طلبة المرحلة الأساسية في وحدة الدائرة

### The Effect of Using Metacognition Strategy in Mathematical Proof and Achievement at Elementary Students in Circle Unit

بهجت حمد التخينة

الجامعة العربية المفتوحة-الأردن  
B\_takahyneh@aou.edu.jo

تاريخ الاستلام 2018/1/10 تاريخ القبول 2018/4/29

#### ملخص:

هدفت الدراسة الحالية لنقصي أثر استخدام استراتيجية التفكير فوق المعرفي في البرهان الرياضي والتحصيل لدى طلبة المرحلة الأساسية في وحدة الدائرة، تكونت عينة الدراسة من طلبة الصف التاسع الأساسي المسجلين في مدرستي طارق بن زياد الثانوية للذكور، ومدرسة القادسية الثانوية للبنات، والبالغ عددهم (125) طالبا وطالبة، قسموا إلى مجموعتين: تجريبية دُرست باستخدام استراتيجية التفكير فوق المعرفي، والضابطة دُرست حسب الطريقة المعتادة في التدريس. وللإجابة عن أسئلة الدراسة أعد الباحث اختباراً تحصيلياً في وحدة الدائرة، تم التحقق من صدقه وثباته، واختباراً في البرهان الرياضي كذلك تم التحقق من صدقه وثباته. أظهرت نتائج الدراسة وجود فرق ذي دلالة احصائية ( $0.05 \geq \alpha$ ) في التحصيل الدراسي لصالح المجموعة التجريبية التي درست باستخدام مهارات التفكير فوق المعرفي، وكذلك في البرهان الرياضي، ولم تظهر نتائج الدراسة فروقاً بين الذكور والإناث في كل من التحصيل والبرهان الرياضي.

**الكلمات المفتاحية:** (تفكير فوق معرفي، التحصيل، البرهان الرياضي)

#### Abstract

*The study aimed at investigating the use of metacognition strategy in the mathematical proof and the achievement of the students in the basic stage in the circle unit. The sample of the study consisted of the ninth grade students enrolled in Tarek Ibn Zaid Secondary School for Boys and the*

<http://www.alazhar.edu.ps>

*Qadisiya Secondary School for Girls (125), Divided into two groups: an experimental group using a cognitive thinking strategy, and the control group was studied according to the usual method of teaching.*

*To answer the questions of the study, the researcher prepared achievement exam in the unit of the circle, verified its validity and reliability, and a scale in the mathematical proof as well as verified the validity and reliability.*

*The results of the study showed that there was a statistically significant difference ( $\alpha \leq 0.05$ ) in the achievement of the study group in favor of the experimental group which was studied using cognitive thinking skills as well as mathematical proof. The results of the study did not show differences between males and females in both achievement and mathematical proof.*

**Keywords:** (Metacognition Thinking, Achievement, Mathematical Proof).

#### المقدمة:

يشهد القرن الحالي تطورات تكنولوجية شملت جميع مناحي الحياة من تكنولوجيا وصناعة وتجارة وتعليم، ومن أهم المؤسسات المسؤولة عن التطوير والتقدم العلمي هي المؤسسة التعليمية، ولذلك لا بد من إعادة النظر في المناهج المقررة على الطلبة في المدارس من أجل مواكبة التطورات، ومواجهة التحديات، ومن أهم العناصر في المناهج المدرسية استراتيجيات وطرق التدريس المستخدمة، وتدريب المعلمين على تلك الاستراتيجيات من أجل إعداد جيل واع وقادر على المنافسة على مستوى العالم.

ومن الاستراتيجيات الحديثة التي تستخدم في التدريس استراتيجيات تنمية التفكير: التفكير الناقد، التفكير الإبداعي، التفكير فوق المعرفي، حيث إن استراتيجيات تنمية التفكير لها دور كبير في استنتاج المعارف، وتوظيفها في حل المشكلات، وزيادة قدرة المتعلمين على التحليل والاستقصاء والاستقراء.

وللرياضيات دور كبير في تنمية تفكير الطلبة، وزيادة قدرتهم على معالجة المشكلات في الرياضيات والموضوعات الأخرى؛ فالرياضيات تعد خادمة العلوم الأخرى من حيث كونها تقدم النظريات والخبرات والمهارات اللازمة، وهي كذلك ملكة العلوم من حيث أهميتها وضرورتها لتعلم وتعليم الموضوعات الأخرى.

وتعد الرياضيات بيئة خصبة لتنمية التفكير بجميع أنواعه: فوق المعرفي، الناقد، الإبداعي، فعلم الرياضيات يحتوي على المفاهيم والتعميمات، والمهارات، والمشكلات، وطبيعة الرياضيات من

حيث كونها تطبيقية في توفيرها حلولاً للمشكلات في فروع المعرفة الأخرى، وكذلك هي بطبيعتها مجردة وبسبب طبيعتها العقلية المطلقة فإنها تمتلك قيمة تنظيمية حقيقية، وتنمي وتطور قوة التفكير والاستدلال والبرهان؛ فنتائج دراسة الرياضيات تتمثل في تنمية وتطوير التفكير والاستدلال فضلاً عن اكتساب المعلومات والمعرفة (شرف الدين، 2015)

و ظهر مفهوم التفكير فوق المعرفي في منتصف السبعينات من القرن الماضي وتحديداً عام 1976م، ليضيف بعداً جديداً في علم النفس المعرفي، حيث لقي اهتماماً ملموساً على المستويين النظري والتطبيقي في موضوعات الذكاء والتفكير والذاكرة والاستيعاب ومهارات التعلم (جروان، 2007).

ويعرف التفكير فوق المعرفي بأنه معرفة الفرد بما يتعلق بعملياته المعرفية ونواتجه أو أي شيء يتصل به، ويشير إلى المراقبة النشطة والتنظيم اللاحق وتكامل هذه العمليات في علاقتها بهدف معرفي تعلق به (جروان، 2007).

وبعد التفكير فوق المعرفي من أعلى مستويات التفكير؛ إذ يوصف بأنه مستوى من التفكير المعقد الذي يتعلق بمراقبة الفرد بكيفية استخدام عقله، فالفرد القادر على التفكير وحل مشكلاته بفاعلية يستطيع أن يتحدث مع نفسه بصورة مستمرة، ويتأكد من تقدمه نحو أهدافه، ويقيم فيما إذا كان تحركه نحو تحقيق أهدافه صحيحاً أم لا (الزعيبي، 2007).

وأوضح ريدلي (Riddly, 1992) أن مهارات التفكير فوق المعرفي هي: ضبط إدراك التعلم، والتخطيط واختيار الاستراتيجيات، ورصد التقدم المحرز في التعلم، وتصحيح الأخطاء، وتحليل فاعلية استراتيجيات التعلم، وتغيير الاستراتيجيات عند الضرورة.

وتعد مهارات التفكير فوق المعرفي خطوات متصلة من الأفعال يكون المتعلم في حالتها واعياً لأسلوب تفكيره منذ لحظة قراءة المسألة الرياضية ومن مهاراته الأساسية: أولاً: التخطيط: وهو تصور ذهني مسبق لتحديد أفضل الطرق لإنجاز عمل ما يتضمن وضع الأهداف، وتحديد المعلومات المهمة ومصادرها. ثانياً: المراقبة والضبط: وهو تقدير مدى التقدم والإنجاز الذي تم، وهل هو مناسب ومعقول حتى تلك اللحظة. ثالثاً: التقييم: تحليل الأداء وتحديد مدى تحقق الأهداف والحكم على فعالية الاستراتيجية التي استخدمت في إنجاز العمل (العيسوي، 2001).

وحدد المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000) معايير للعمليات المهمة، ومن هذه المعايير معيار البرهنة والتحليل، حيث يؤكد المجلس ضرورة توفير برامج تعليمية تمكن المتعلمين من بناء واستقصاء التخمينات الرياضية والتحقق منها، وإدراك أهمية التبرير والتفكير والبرهان كمظاهر أصيلة في الرياضيات، وتطوير وتقويم الحجج والبراهين الرياضية، واختيار واستخدام أنواع مختلفة من التبريرات وطرق البرهان.

### بهجت التخينة

ومن فوائد البرهان الرياضي أنه ينمي لدى المتعلمين التفكير الناقد والإبداعي، والقدرة على التفسير والتعليل، والتأكد من صحة المعلومات، كذلك يعمق فهم المفاهيم والتعميمات والعلاقات، ويستخدم في التحقق من صحة النظريات الرياضية المكتشفة، ويزيد من دافعية الفرد نحو دراسة المزيد من النظريات الرياضية، وينمي عادات الدقة والنظام (الزعيبي، 2007).

ومن أهم المبررات لتدريس البرهان الرياضي في حاجة المتعلمين لتوسيع معرفتهم، وإزالة الشكوك حولها، ويساعد البرهان الرياضي في تنمية قدرة المتعلمين على حل المشكلات وزيادة نشاطهم الإبداعي، ومساعدتهم في تكوين بنيات عقلية رياضية، ومن أجل تذوق الرياضيات وتقدير أساليب بناء الرياضيات، بالإضافة إلى مساعدة الطلبة كيف يتعلمون الرياضيات (التعلم الذاتي) (أبو زينة، 2003).

ويوجد العديد من الصعوبات التعليمية التي تواجه الطلبة أثناء تعلمهم مهارات البرهان الرياضي تتمثل في عدم قدرة التلاميذ على البرهان واستنتاج العلاقات الرياضية، فيميل الطلبة لحفظ النظريات دون الاهتمام ببرهنتها، أو يكتفون بكتابة المعطيات والمطلوب فقط دون كتابة البرهان والتفكير به، وعدم قدرتهم على تمثيل المسألة الرياضية بالرسم، وصعوبة في ربط المعطيات بالمطلوب، وضعف في قدرة المتعلمين على التعامل مع طرق البرهان المختلفة مثل البرهان المباشر والبرهان غير المباشر والبرهان بالاستقراء الرياضي، واستخدام المعلمين لاستراتيجيات تدريس مباشرة (هلال، 2007).

ويتفق خبراء في الرياضيات على وجود طريقتين للتفكير في البرهان الرياضي، الطريقة الأولى هي الطريقة التركيبية، وهنا يبدأ المتعلم بالمعطيات، ويبني عليها استنتاجات بالاعتماد على النظريات، والمسلّمات المعروفة حتى يصل إلى المطلوب. أما الطريقة الثانية فهي الطريقة التحليلية وهنا يبدأ المتعلم في المطلوب حيث يتم تحليله إلى أجزاء صغيرة، وبالاستنتاجات يصل المتعلم إلى المعطى، ومن مميزات هذه الطريقة أنها تصل إلى صحة المعلومات بسرعة ودقة (هلال، 2007).

ويواجه طلبة التعليم الأساسي في الأردن صعوبات في تعلم الرياضيات، حيث أظهرت نتائج الاختبارات الدولية (TIMSS) تدنياً واضحاً في مستوى طلبة الأردن بالنسبة لطلبة العالم، حيث جاء ترتيب طلبة الأردن في الصف الثامن متأخراً وفي المركز قبل الأخير من بين (40) دولة تقدمت للاختبار، مما يدل على وجود صعوبات ومشكلات تعليمية تواجه أبنائنا الطلبة أثناء دراسة الرياضيات (IEA, 2015).

ومن الدراسات التي أثبتت فعالية استراتيجية التفكير فوق المعرفي دراسة العيسوي (2001) حيث دلّت نتائج الدراسة على تفوق المجموعة التجريبية في التحصيل التي دربت على مهارات

### أثر استخدام استراتيجية التفكير فوق المعرفي في تنمية البرهان الرياضي والتحصيل لدى ...

التفكير فوق المعرفي في أثناء حل المسائل الرياضية على المجموعة الضابطة التي لم تتدرب على مهارات التفكير فوق المعرفي.

وأجرى الزعبي (2007) دراسة لتقصي أثر استراتيجيات التفكير فوق المعرفي واستخدام الأمثلة في حل المشكلات الهندسية لدى عينة من طلبة الصف التاسع الأساسي، ودلت نتائج الدراسة على تفوق المجموعة التي درست باستخدام استراتيجية التفكير فوق المعرفي على المجموعة التي لم تدرس على مهارات التفكير فوق المعرفي.

وقامت شرف الدين (2015) بدراسة لتقصي فعالية استراتيجية التدريس باستخدام التفكير فوق المعرفي في تنمية مهارات حل المشكلة لدى طالبات المرحلة المتوسطة، وأظهرت نتائج الدراسة فعالية استراتيجية التفكير فوق المعرفي في تنمية قدرة الطالبات في حل المشكلات الرياضية.

وأجرى النعانة (2015) دراسة لتقصي استراتيجية التفكير فوق المعرفي في تحصيل المفاهيم الصحية، واتجاهات الطلبة من المرحلة المتوسطة في الأردن في مقرر التربية الإسلامية. وأظهرت نتائج الدراسة تفوق المجموعة التجريبية التي تدرست على استراتيجية التفكير فوق المعرفي في كل من التحصيل والاتجاهات.

وقام يانج (Yang, 2012) بدراسة العلاقة بين كل من الاستراتيجيات المعرفية وفوق المعرفية وقدرة الطلبة على قراءة البرهان الرياضي، تكونت عينة الدراسة من طلبة الصف التاسع الأساسي، واستخدم الباحث استبياناً لمعرفة مستوى الطلبة في معرفتهم باستراتيجيات التفكير المعرفية وفوق المعرفية، واختباراً في مهارات البرهان الرياضي، دلت الدراسة على وجود علاقة ارتباطية بين قدرة الطلبة في فهم الاستراتيجيات فوق المعرفية والبرهان الرياضي، وأن فهم الطلبة بالاستراتيجيات المعرفية يعزز قدرة الطلبة على البرهان الرياضي.

وأجرى مانداسي وكندر (Mandaci & Kinder, 2013) دراسة لتقصي أثر استراتيجية التفكير فوق المعرفي في تنمية القدرة على حل المشكلات الهندسية، وفي الاتجاه نحو الرياضيات، وفي تحصيلهم، وأظهرت نتائج الدراسة تفوق المجموعة التجريبية التي تدرست على مهارات التفكير فوق المعرفي في كل من التحصيل والاتجاه والقدرة على حل المشكلات الهندسية على المجموعة التي لم تتدرب على مهارات التفكير.

وأجرى نيلسون Nelson (2012) دراسة لتقصي أثر استراتيجية التفكير فوق المعرفي في تحصيل طلبة المرحلة المتوسطة، وكذلك دراسة العلاقة بين اكتساب الطلبة لمهارات التفكير الفوق معرفية وتحصيل التلاميذ، واستخدم الباحث التحليل النوعي والكمي في التوصل للاستنتاجات، ودلت نتائج الدراسة على أثر استراتيجية التفكير فوق المعرفي في تحصيل الطلبة، وكذلك وجود علاقة ارتباطية موجبة بين مهارات التفكير فوق المعرفي وتحصيل الطلبة.

وأجرت الخصاونة(2008) دراسة لاستطلاع مفهوم البرهان الرياضي لدى عينة من معلمي ومعلمات الأردن، أظهرت نتائج الدراسة بأن المعلمين والمعلمات يدركون طبيعة البرهان الرياضي ودوره في الرياضيات، وأنهم أكثر قدرة على إدراك المحاكمات الصحيحة من غير الصحيحة، وكذلك أكثر قدرة على بناء البرهان الاستنتاجي في المسائل الهندسية مقارنة بالمسائل الحسابية.

ومن الدراسات التي اهتمت بتنمية التفكير والبرهان الرياضي لدى المتعلمين دراسة إيرسين (Irsen, 2016) لتقصي وجهات نظر المعلمين نحو البرهان الرياضي، وأهميته كأحد المخرجات التعليمية في مقرر الرياضيات، أظهرت نتائج الدراسة وجود وجهات نظر إيجابية نحو استخدام البرهان الرياضي في تدريس الرياضيات.

كذلك أجرى جولر (Guler, 2016) دراسة لتقصي المشكلات التي من المحتمل أن تواجه المعلمين في تدريس البرهان الرياضي، استخدم الباحثان في الدراسة تحليل المحتوى من خلال المقابلات التي أجريت على عينة من المعلمين المتطوعين، أظهرت نتائج الدراسة وجود صعوبات في استراتيجيات التدريس المستخدمة، وفي إظهار فائدة البرهان الرياضي في حياة الطلبة العملية.

ويوجد العديد من الدراسات التي ركزت على أهمية تنمية البرهان الرياضي من خلال استراتيجيات التدريس المختلفة؛ فدراسة عبدالرحمن والقمص (عبدالرحمن و القمص، 2001) هدفت لتقصي فعالية وحدة مقترحة في المنطق الرياضي وأثرها في تنمية البرهان الرياضي والاستدلال، وأظهرت نتائج الدراسة فعالية الوحدة المقترحة في المنطق الرياضي، كذلك دراسة العيسوي (2009) هدفت لتنمية مهارات البرهان الرياضي باستخدام أنشطة إثرائية في الكتابة الرياضية والممارسة الموجهة لدى تلاميذ المرحلة المتوسطة، وأظهرت نتائج الدراسة فعالية الاستراتيجية المستخدمة في تنمية البرهان الرياضي.

وأجريت العديد من الدراسات التي أوصت بضرورة تنمية مهارات البرهان الرياضي في كل المراحل الدراسية مثل دراسة كل من : (الرباط، 2010)، (قنصوة، 2012)، (Iles, 2007)، (Evans, 2007).

ويعد البرهان الرياضي وما يتصل به من أحد أهداف تدريس الرياضيات في المراحل الدراسية كافة، سواء في المراحل المبكرة بهدف الإعداد للمواطنة الواعية حيث يمثل البرهان أداة للتفكير السليم والدقيق، أو في المراحل المتقدمة بهدف الإعداد للدراسة التخصصية، حيث يمثل البرهان الرياضي الدعامة الرئيسية لدراسة الرياضيات المتقدمة.

وتحتاج الرياضيات لاستراتيجيات خاصة في تدريسها، وتدريب كاف لكل من المعلمين والطلبة على استراتيجيات البرهان والتفكير، ولعل استراتيجية التفكير فوق المعرفي تساعد في تنمية قدرة الطلبة على البرهان الرياضي وفي تحصيلهم.

#### مشكلة الدراسة:

تبلورت مشكلة الدراسة من خلال الدراسات والبحوث التي تشير إلى وجود مشكلات تواجه الطلبة في البرهان الرياضي كأحد النتاجات التعليمية في جميع المراحل الدراسية، فدلّت دراسة يانج (Yang, 2012) على وجود مشكلات لدى الطلبة في البرهان الهندسي، وكذلك تشير دراسة كل من (Chazan, 1993)، (Yang & Lin, 2008)، (Healy & Holey, 2000) على وجود صعوبات تعليمية في تأدية الطلبة في المرحلة الثانوية للبرهان الرياضي وتتبع مراحل الاستدلال والتفكير في البرهان، وكذلك ويتمثل في عدم قدرة الطلبة على تقديم الحجج المنطقية، ومشكلات في تحديد طريقة البرهنة للنظريات الرياضية.

ويواجه معلمو الرياضيات تحديات في تدريس الرياضيات تتمثل في فهم طرق البرهان الرياضي لمختلف موضوعات الرياضيات؛ في الهندسة والجبر، والإحصاء والاحتمالات، حيث دلت دراسة الخصاونة (2008) على عدم معرفة معلمي الرياضيات لاستراتيجيات البرهنة في موضوع الحساب.

وتشير نتائج طلبة الأردن في الاختبارات الدولية في الرياضيات والعلوم (TIMMS) إلى تدنٍ واضح في تحصيلهم عام 2015م مقارنة بدول العالم التي تقدمت للاختبار، حيث جاء ترتيب طلبة الأردن في مركز متأخر، وبمستوى أقل من كل الدورات التي سبقت وبفارق كبير وأقل من المتوسط العالمي (IEA, 2015).

ويلاحظ من خلال اطلاع الباحث في مجال تعليم الرياضيات أنه يوجد لدى طلبة الأردن مشكلات في أداء الطلبة على المشكلات الرياضية التي تتطلب من المتعلمين قيامهم بإثبات تعميم رياضي، والتأكد من صحته، فكثير من الطلبة يركز فقط على اتقان المهارات الرياضية، دون الاهتمام بالبرهان الرياضي والقدرة على استخدام استراتيجيات البرهنة، والتحليل والاستنتاج والاستقصاء، كما يلاحظ الضعف في معرفة الطلبة لطرق البرهان المختلفة.

وتتحدد مشكلة الدراسة الحالية في محاولة لتقصي أثر استخدام استراتيجية التفكير فوق المعرفي في البرهان الهندسي والتحصيل لدى طلبة المرحلة الأساسية في وحدة الدائرة

#### أسئلة الدراسة:

1. ما أثر استخدام استراتيجية التفكير فوق المعرفي في تنمية مهارات البرهان الرياضي لدى طلبة المرحلة الأساسية في وحدة الدائرة؟
2. هل يوجد فرق بين الطلاب والطالبات في مهارات البرهان الرياضي ممن استخدموا استراتيجية التفكير فوق المعرفي؟

### بهجت التخينة

3. ما أثر استخدام استراتيجيات التفكير فوق المعرفي في التحصيل لدى طلبة المرحلة الأساسية في وحدة الدائرة؟

4. هل يوجد فرق بين الطلاب والطالبات في التحصيل ممن استخدموا استراتيجيات التفكير فوق المعرفي؟

**أهمية الدراسة:**

**مصطلحات الدراسة:**

مهارات التفكير فوق المعرفي: هي خطوات متصلة من الأفعال يكون المتعلم في حالتها واعيا لأسلوب تفكيره منذ لحظة قراءة المسألة الرياضية ومن مهاراته الأساسية:

**أولاً- التخطيط:** وهو تصور ذهني مسبق لتحديد أفضل الطرق لإنجاز عمل ما يتضمن وضع الأهداف، وتحديد المعلومات المهمة ومصادرها.

**ثانياً- المراقبة والضبط:** وهو تقدير مدى التقدم والإنجاز الذي تم، وهل هو مناسب ومعقول حتى تلك اللحظة.

**ثالثاً- التقييم:** تحليل الأداء وتحديد مدى تحقق الأهداف والحكم على فعالية الاستراتيجيات التي استخدمت في إنجاز العمل (العيسوي، 2001).

**البرهان الرياضي:**

سلسلة من التقارير المتصلة والموجهة نحو إثبات صحة استنتاج، وكل تقرير يمكن تبريره (برهنته) بإشارة إلى تعميمات سابقة متعارف عليها وموثوق بصحتها، وتشتمل على المهارات الآتية:

1. مهارة التحليل ( تحديد المعطيات والمطلوب، الرسم).
2. مهارة الاستنتاج من المعطى والشكل مع ذكر السبب.
3. مهارة التوصل لفكرة الحل.
4. مهارة كتابة البرهان.
5. مهارة تقويم البرهان.

وتقاس مهارات البرهان الرياضي بالعلامة التي حصل عليها الطلبة في مقياس مهارات البرهان الرياضي في وحدة الدائرة المقررة على طلبة الصف التاسع الأساسي في الأردن من إعداد الباحث.

**التحصيل:** يعني مجموعة المفاهيم والتعميمات والمهارات الرياضية المتضمنة في وحدة الدائرة التي اكتسبها الطلبة بعد تدريس الوحدة ويقاس بالعلامات التي حصل عليها الطلبة في الاختبار التحصيلي، المتضمن في الدراسة الحالية وهو من إعداد الباحث.



#### أهمية الدراسة:

التفكير فوق المعرفي يعد أحد الاتجاهات المعاصرة في تدريس الرياضيات، ويشير كوستا (Costa, 2007) إلى أن التفكير فوق المعرفي أعلى مستوى من التفكير العادي وأكثر تعقيداً منه، وأن العمليات المتضمنة فيه تشمل التخطيط والمراقبة والتقييم؛ وهذه العمليات تساعد المتعلم على تحديد متطلباته السابقة، ومعرفة أهدافه مسبقاً، إضافة إلى محاولة المتعلم حل مشكلاته من خلال الأنشطة التعليمية الذاتية، ومراقبته للتطورات والإجراءات التي يقوم بها، ويقيم ويختبر قراره بصورة مستمرة ومتواصلة، من خلال التقييم والإدارة الذاتية للإدراك.

كما تعد القدرة على التفكير والبرهان الرياضي إحدى نواتج عملية التعلم في الرياضيات، وبذلك لا تقتصر هذه النواتج على التحصيل الدراسي فقط، حيث يعرض على الطالب أنواع مختلفة من التعميمات الرياضية، ويطلب منه التحقق من صحتها والحكم على دقتها، وتقديم الحجج المنطقية والتحليل للتوصل لبرهان لهذه النظريات، ومن المهم عند تدريس الرياضيات تدريب كل من المعلمين والطلبة على استراتيجيات البرهان المباشر وغير المباشر، والاستقراء، واستخدام إجراءات دقيقة ومنطقية أثناء تقديم البرهان الرياضي.

ويتوقع لهذه الدراسة أن تسهم نتائجها في تحسين كتب الرياضيات المدرسية عند إعادة تخطيطها من قبل المختصين في وزارة التربية والتعليم، واستفادة معلمي الرياضيات من الخطط التدريسية المتضمنة في الدراسة، وفتح المجال أمام الباحثين في مجال أساليب تدريس الرياضيات. هدف الدراسة: تهدف هذه الدراسة إلى تفصي أثر استراتيجية التفكير فوق المعرفي في تنمية مهارات البرهان الرياضي لدى طلبة الصف التاسع الأساسي، وكذلك لتقديم نماذج من دروس الرياضيات لمعلمي الرياضيات حسب استراتيجية التفكير فوق المعرفي، وتنمية مهارات البرهان الرياضي لدى الطلبة وزيادة تحصيلهم الرياضي.

**محددات الدراسة:** اقتصرَت الدراسة الحالية على ما يأتي:

- وحدة الدائرة المقررة على طلبة الصف التاسع الأساسي خلال الفصل الدراسي الثاني 2015/2016م.

- مدرستي طارق بن زياد الثانوية والقادسية الثانوية للبنات في مديرية تربية عمان الرابعة.

- تتحدد نتائج الدراسة الحالية بصدق وثبات الأدوات المستخدمة فيها.

**البرهان الرياضي:** مهارة التحليل ( تحديد المعطيات والمطلوب، الرسم). مهارة الاستنتاج من المعطى والشكل مع ذكر السبب، مهارة التوصل لفكرة الحل، مهارة كتابة البرهان، مهارة تقييم البرهان.

### بهجت التخينة

**أفراد الدراسة:** تم اختيار أفراد الدراسة بطريقة قصدية من بين طلبة الصف التاسع الأساسي في مدرسة طارق بن زياد الثانوية للبنين ومدرسة القادسية الثانوية للبنات التابعة لمديرية التربية والتعليم في مديرية عمان الرابعة للعام الدراسي 2015/2016 م الفصل الدراسي الثاني والبالغ عددهم (125) طالباً وطالبة، وتم اختيار شعبتين كمجموعة تجريبية مكونة من (32) طالباً من مدرسة الذكور، و (30) طالبة من مدرسة الإناث، والمجموعة الضابطة مكونة من شعبتين (31) طالباً من مدرسة الذكور، و (32) طالبة من مدرسة الإناث.

### أدوات الدراسة:

- الاختبار التحصيلي في وحدة الدائرة:

هدف هذا الاختبار إلى قياس التحصيل لأفراد الدراسة في وحدة الدائرة، حيث تم تحليل المحتوى للوحدة، وتحديد أهداف الوحدة، وتم إعداد جدول مواصفات للاختبار، كذلك بني الاختبار بناء على جدول المواصفات وأهداف الاختبار، حيث تكون الاختبار من 7 أسئلة موزعة على مستويات (التذكر-الفهم-التطبيق)، وتم تطبيق الاختبار على (40) طالباً من طلاب الصف التاسع الأساسي بمدرسة أبو عليا الثانوية للبنين، حيث بلغ معامل ثبات الاختبار الكلي 0.88 باستخدام طريقة إعادة الاختبار Test-Retest، وتم التحقق من صدق الاختبار باستخدام الصدق الظاهري (المحكمين) من ذوي الاختصاص في مجال طرق تدريس الرياضيات.

اختبار القدرة على البرهان الرياضي: هدف هذا الاختبار لقياس قدرة الطلبة على البرهان الرياضي، حيث تم إعداد اختبار في القدرة على البرهان الرياضي من خلال الإطلاع على الإطار النظري المتعلق في البرهان الرياضي، والإطلاع على اختبارات مشابهة في البرهان الرياضي، واشتمل هذا الاختبار على المجالات الآتية: مهارة التحليل (تحديد المعطيات والمطلوب، الرسم). مهارة الاستنتاج من المعطى والشكل مع ذكر السبب، مهارة التوصل لفكرة الحل، مهارة كتابة البرهان، مهارة تقويم البرهان.

وتم التحقق من صدق الاختبار من خلال تحليل المحتوى، حيث تم تحديد السمة المراد قياسها وهي البرهان الرياضي، وتحديد المجالات الفرعية للبرهان الرياضي، وتم بناء الاختبار بناء على المهارات الفرعية، كذلك تم عرض الاختبار على مجموعة من المحكمين من ذوي الاختصاص في حقل تعليم الرياضيات، وأبدوا الملاحظات، وفي ضوء ملاحظاتهم تم حذف بعض الفقرات، وعدلت بعض الفقرات.

وتم حساب ثبات الاختبار بتطبيقه على عينة استطلاعية (من مجتمع الدراسة) باستخدام الاتساق الداخلي لفقرات الاختبار، وحساب معامل ثبات الاختبار باستخدام معادلة كرونباخ ( $\alpha$ ) حيث وجد أنه يساوي (0.80).

دليل المعلم في وحدة الدائرة:

تم إعداد دليل في وحدة الدائرة المقررة على طلبة الصف التاسع الأساسي في وحدة الدائرة، حسب استراتيجية التفكير فوق المعرفي (Metacognition)، حيث يسير المعلم في تدريسه للوحدة حسب خطوات استراتيجية التفكير فوق المعرفي كالآتي:

**أولاً- التخطيط:** وفي هذه الخطوة يحدد المعلم النظرية المراد تدريسها، وينبه الطلبة للتحضير المسبق لتدريس النظرية فمثلاً لتدريس النظرية "المماسان المرسومان من نقطتين على الدائرة متساويان".

دور المعلم: توجيه الطلبة مسبقاً للنظرية من حيث برهنتها، وتحديد المتطلبات السابقة الضرورية لكي يستطيع الطلبة برهنة النظرية، وإثارة دوافع الطلبة للتأكد من دقة وصحة النظرية من خلال أهمية تقديم الحجج المنطقية لبرهان النظرية، فيراجع الطالب تطابق التمثيلات كمنظم متقدم مهم في برهنة النظرية.

دور الطالب : التخطيط للدرس من حيث قراءة النظرية مسبقاً، ومراجعة المتطلبات السابقة لبرهان هذه النظرية، وعي المتعلم بضرورة مشاركته في التخطيط لبرهنة النظرية، والاطلاع على طرق البرهان الرياضي.

**ثانياً- المراقبة:** وفي هذه الخطوة يطلب المعلم من الطلبة برهان النظرية، ويساعدهم بتعريفهم بخطوات البرهان الرياضي كأن يطلب منهم، تحديد المعطيات والمطلوب، يطلب رسم النظرية، وتحديد المعطيات والمطلوب على الرسم، يحلل النظرية إلى عناصرها، وي طرح أسئلة سابرة (يقوم بتقريب الإجابات في حال إخفاق الطلبة)، كذلك يقوم بتشجيعهم على الحل والبرهان.

دور الطالب: إدراك تقدمه في التوصل للحل، إدراك مسؤوليته عن الحل والتوصل للبرهان، ويراقب إجاباته وأخطائه، ويعي المطلوب منه، ويعالج الأخطاء التي يقع بها، يسأل المعلم عن مدى تقدمه نحو تحقيق هدفه.

**ثالثاً- التقييم:** وفي هذه المرحلة يقوم المعلم بتوجيه وإرشاد الطلبة للتحقق من حلهم، ويصحح الأخطاء المتوقعة، ويقدم التغذية الراجعة الفورية، ويعدل مسار المتعلمين في الاتجاه الصحيح. دور الطالب: الحكم على برهان النظرية، ويعي صحة البرهان للنظرية، ويراجع الخطوات بطريقته الخاصة، ويقرر الإضافة المعرفية التي تمت لديه، أي هنا نركز على أهمية التقييم الذاتي، ويقدم المتعلم لنفسه تغذية راجعة عن تعلمه.

وتم عرض دليل المعلم على مجموعة من المتخصصين في مجال طرق تدريس الرياضيات في الجامعات، ومشرفين تربويين، ومعلمين خبراء في تدريس الرياضيات، وأبدوا ملاحظات حول الدليل، وأخذت ملاحظاتهم بعين الاعتبار.

## بهجت التخينة

### متغيرات الدراسة:

المتغير المستقل: هو طريقة التدريس، وله مستويان:

طريقة التدريس حسب مهارات التفكير فوق المعرفي

طريقة التدريس المعتادة ( المحاضرة).

المتغيرات التابعة: المتغيرات التابعة في هذه الدراسة هي:

- التحصيل.

- مهارات البرهان الرياضي.

التأكد من تكافؤ أفراد الدراسة:

تم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات الطلبة في التحصيل السابق في

الرياضيات خلال الفصل الدراسي الأول 2015/2016م، وحساب دلالة الفروق بين تلك

المتوسطات باستخدام اختبار (ت) كما يتضح من الجدول الآتي:

الجدول رقم(1): دلالة الفروق بين متوسطات علامات طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة في التحصيل

السابق في الرياضيات

| المجموعة | العدد | المتوسط الحسابي | الانحراف المعياري | قيمة (ت) | مستوى الدلالة |
|----------|-------|-----------------|-------------------|----------|---------------|
| تجريبية  | 62    | 55.9            | 21.0              | 5.05     | 0.867         |
| ضابطة    | 63    | 54.0            | 20.8              |          |               |

\*العلامة الكلية للاختبار من (100)

يتضح من الجدول السابق عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى  $\alpha =$

0.05 بين متوسطات علامات الطلاب في كل من المجموعتين التجريبية والضابطة.

كما درست المجموعتان التجريبية والضابطة المحتوى نفسه في الوقت نفسه مع تساوي عدد

الحصص لكلتا المجموعتين.

### إجراءات الدراسة:

- الاطلاع على الأدب التربوي الخاص باستراتيجية التفكير فوق المعرفي، ومراحله، والقدرة على

البرهان الرياضي، والدراسات والبحوث السابقة التي تناولت هذه المتغيرات.

- تحليل محتوى وحدة الدراسة لتحديد المفاهيم والتعميمات والمهارات الرياضية وحل المسائل وإيجاد

ثبات التحليل.

- إعداد اختبار تحصيلي في الوحدة المذكورة، وعرضه على المحكمين، وتطبيقه على عينة

استطلاعية لتحديد زمن تطبيقه، ومعامل ثباته وقدرة فقراته على التمييز، ومعاملات الصعوبة لفقراته.

#### أثر استخدام استراتيجية التفكير فوق المعرفي في تنمية البرهان الرياضي والتحصيل لدى ...

- إعداد اختبار لقياس القدرة على البرهان الرياضي من خلال الاطلاع على الموضوعات الهندسية التي درست للطلاب من قبل، بالإضافة إلى الاختبارات السابقة في هذا المجال، وتطبيقه على عينة الدراسة الاستطلاعية السابقة، وعرضه على المحكمين، وحساب ثباته وصدقه.
- اختيار أفراد الدراسة بطريقة قصدية وتقسيمها عشوائياً إلى مجموعتين إحداهما ضابطة والأخرى تجريبية وتحقيق التكافؤ بينهما من حيث بعض المتغيرات مثل التحصيل السابق في الرياضيات خلال الفصل الدراسي الأول.
- تدريب المعلم/المعلمة القائم بعملية التدريس لطلبة المجموعة التجريبية على كيفية التدريس باستخدام استراتيجية التفكير فوق المعرفي.
- تدريس وحدة الدائرة لطلبة المجموعة التجريبية باستخدام إستراتيجية التفكير فوق المعرفي باستخدام دليل المعلم الذي أعده الباحث، وتدريبهما في الوقت نفسه لطلبة المجموعة الضابطة باستخدام الطريقة المعتادة في التدريس.
- تطبيق الاختبار التحصيلي واختبار القدرة على البرهان الرياضي بعدياً على طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة.
- تحليل نتائج الدراسة.
- تقديم المقترحات والتوصيات.

**منهجية الدراسة** استخدم في هذه الدراسة المنهج شبه التجريبي (مجموعة تجريبية ومجموعة ضابطة واختبار بعدي تحصيلي لكلا المجموعتين، كذلك اختبار في مهارات البرهان الرياضي).  
**والأساليب الإحصائية المستخدمة:** استخدمت المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية والتوزيعات التكرارية عند استخدام الإحصاء الوصفي لنتائج الدراسة، كذلك استخدم تحليل التباين الثنائي (ANOVA) للإجابة عن أسئلة الدراسة.

#### نتائج الدراسة ومناقشتها:

##### للإجابة على سؤال الدراسة الأول وهو:

1. ما أثر استخدام استراتيجية التفكير فوق المعرفي في تنمية مهارات البرهان الرياضي لدى طلبة المرحلة الأساسية في وحدة الدائرة؟  
وللإجابة عن هذا السؤال، حسب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية، كما هو موضح في الجدول الآتي:

### بهجت التخينة

الجدول رقم (2): المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات الطلاب/ الطالبات في اختبار البرهان الرياضي في كل من المجموعتين التجريبية والضابطة.

| المجموعة  | الجنس   | العدد | المتوسط الحسابي | الانحراف المعياري |
|-----------|---------|-------|-----------------|-------------------|
| التجريبية | الذكور  | 32    | 71.8            | 11.5              |
|           | الإناث  | 30    | 75.1            | 13.2              |
|           | المجموع | 62    | 73.4            | 12.3              |
| الضابطة   | الذكور  | 31    | 51.5            | 8.6               |
|           | الإناث  | 32    | 55.5            | 9.8               |
|           | المجموع | 63    | 53.5            | 9.4               |

يلاحظ من الجدول السابق أن متوسط العلامات في اختبار البرهان الرياضي للمجموعة التجريبية بلغ (71.8)، وللمجموعة الضابطة بلغ (53.5)، بفارق مقداره (18.3). وللكشف عن دلالة الفروق بين متوسطات علامات طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة في القدرة على البرهان الرياضي، تم استخدام تحليل التباين الثنائي (MANOVA)، كما هو موضح بالجدول الآتي:

الجدول رقم (3): تحليل التباين الثنائي (MANOVA) لدلالة الفروق بين متوسطات علامات طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة في القدرة على البرهان الرياضي.

| مصدر التباين   | مجموع المربعات | د. ح | التباين   | ف     | مستوى الدلالة |
|----------------|----------------|------|-----------|-------|---------------|
| المجموعة       | 12446.5        | 1    | 12446.546 | 6104. | *0.000        |
| الجنس          | 416.4          | 1    | 416.445   | 53.   | *0.064        |
| المجموعة*الجنس | 4.1            | 1    | 4.145     | 400.  | *0.852        |
| الخطأ          | 14401.3        | 121  | 119.019   |       |               |
| الكلية         | 529363.0       | 125  |           |       |               |

• دالة عند مستوى  $(0.05 \geq \alpha)$

يلاحظ من الجدول السابق وجود فرق ذي دلالة إحصائية  $(0.05 \geq \alpha)$  بين المتوسط الحسابي لعلامات طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة لصالح طلبة المجموعة التجريبية في البرهان الرياضي. مما يدل على فعالية استراتيجية التفكير فوق المعرفي، حيث تتميز استراتيجية التفكير فوق المعرفي بالتشويق وزيادة الدافعية لدى الطلبة على التعلم، وزيادة قدرتهم على التخطيط

### أثر استخدام استراتيجية التفكير فوق المعرفي في تنمية البرهان الرياضي والتحصيل لدى ...

وإدارة الذات في مراقبة المتعلم لتقدمه نحو تحقيق الأهداف، وتنمي لدى الطلبة القدرة على الحكم على صحة استنتاجاتهم، ولذلك فهي استراتيجية توفر فرصة للمتعلم لمعرفة المتطلبات السابقة الضرورية للتعلم الجديد، ويؤكد أوزيل (Ausubel) أهمية النظم المتقدمة في التدريس وهو جزء من التخطيط في المرحلة الأولى من الاستراتيجية المستخدمة، ويلاحظ أن استراتيجية التدريس المستخدمة تنمي لدى الطلبة ثقتهم بأنفسهم، وتشجعهم على الاستقلالية في الدراسة (العتوم وآخرون، 2015).

وتتفق هذه الدراسة مع دراسة يانج (Yang, 2012) في فعالية استراتيجية التدريس باستخدام التفكير فوق المعرفي في البرهان الرياضي، كذلك دراسة كل من الزعبي (الزعبي، 2007)، ودراسة العيسوي (العيسوي، 2001)، ودراسة شرف الدين (شرف الدين، 2015) في فعالية استراتيجية التدريس باستخدام التفكير فوق المعرفي في تنمية القدرة على حل المشكلات بشكل عام والمشكلات الهندسية بشكل خاص.

### 2. للإجابة عن السؤال الثاني:

هل يوجد فرق بين الطلاب والطالبات في تنمية مهارات البرهان الرياضي ممن استخدموا

استراتيجية التفكير فوق المعرفي؟

تم استخدام تحليل التباين الثنائي (MANOVA) كما هو موضح في الجدول السابق رقم (3)، ولوحظ عدم وجود فرق ذي دلالة إحصائية ( $0.05 \geq \alpha$ ) بين المتوسط الحسابي لعلامات الطلاب والطالبات في البرهان الرياضي، حيث بلغت قيمة ف المحسوبة (3.5).

وهذا يدل على أن استراتيجية التدريس المستخدمة فعالة لكلا الجنسين في تنمية مهارات البرهان الرياضي، ولا توجد فروق بين الذكور والإناث في قدرتهم على البرهان الرياضي، وفي حدود علم الباحث لم توجد دراسات سابقة نقصت الفروق بين الذكور والإناث في البرهان الرياضي.

### للإجابة عن سؤال الدراسة الثالث وهو:

3. ما أثر استخدام استراتيجية التفكير فوق المعرفي في التحصيل لدى طلبة المرحلة الأساسية في وحدة الدائرة؟

وللإجابة عن هذا السؤال، حسبت المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية، كما هو موضح في الجدول الآتي:

الجدول رقم (4): المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات الطلاب/ الطالبات في اختبار التحصيل

في كل من المجموعتين التجريبية والضابطة.

| المجموعة  | الجنس  | العدد | المتوسط الحسابي | الانحراف المعياري |
|-----------|--------|-------|-----------------|-------------------|
| التجريبية | الذكور | 32    | 75.2            | 11.0              |
|           | الإناث | 30    | 76.8            | 13.5              |

#### بهجت التخانة

|      |      |    |         |         |
|------|------|----|---------|---------|
| 12.2 | 76.0 | 62 | المجموع |         |
| 10.4 | 52.7 | 31 | الذكور  | الضابطة |
| 12.6 | 52.1 | 32 | الإناث  |         |
| 11.5 | 52.4 | 63 | المجموع |         |

يلاحظ من الجدول السابق أن متوسط العلامات في اختبار البرهان الرياضي للمجموعة التجريبية بلغ (76)، وللمجموعة الضابطة بلغ (52.4)، بفارق مقداره (23.6). وللكشف عن دلالة الفروق بين متوسطات علامات طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة في التحصيل، تم استخدام تحليل التباين الثنائي (MANOVA)، كما هو موضح بالجدول الآتي: الجدول رقم (5): تحليل التباين الثنائي (MANOVA) لدلالة الفروق بين متوسطات علامات طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة في التحصيل.

| مصدر التباين   | مجموع المربعات | د. ح | التباين   | ف       | مستوى الدلالة |
|----------------|----------------|------|-----------|---------|---------------|
| المجموعة       | 17356.296      | 1    | 17356.296 | 121.651 | *0.000        |
| الجنس          | 7.243          | 1    | 7.243     | .051    | *0.822        |
| المجموعة*الجنس | 37.617         | 1    | 37.617    | .264    | *0.609        |
| الخطأ          | 17263.348      | 121  | 142.672   |         |               |
| الكلية         | 547926.000     | 125  |           |         |               |

• دالة عند مستوى  $(0.05 \geq \alpha)$

يلاحظ من الجدول السابق وجود فرق ذي دلالة إحصائية  $(0.05 \geq \alpha)$  بين المتوسط الحسابي لعلامات طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة لصالح طلاب المجموعة التجريبية في التحصيل، مما يدل على فعالية استراتيجية التدريس المستخدمة في التحصيل؛ فاستخدام المعلم لطريقة تدريس حديثة، تزيد من دافعية الطلبة للتعلم، وتكسبهم المهارات المتعددة، وتؤكد لديهم المفاهيم الرياضية، وتساعدتهم على استنتاج العلاقات الرياضية، وإثبات التعميمات، وكذلك إن استراتيجية التدريس باستخدام التفكير فوق المعرفي ركزت على تنمية القدرة على المشكلات، وربط الخبرات الرياضية بواقع الطلبة، مما أدى إلى اعتمادهم على أنفسهم في الدراسة والمراجعة. وتتفق هذه النتيجة مع دراسة نيلسون (Nelson, 2012) في فعالية استراتيجية التدريس فوق المعرفية في زيادة التحصيل لدى الطلبة، ويؤكد ريدلي (Riddly, 1992) على أن استراتيجية التدريس فوق المعرفية تزيد من وعي المتعلمين للأنشطة، وبالتالي تؤدي إلى زيادة تحصيلهم.



للإجابة عن السؤال الرابع:

4. هل يوجد فرق بين الطلاب والطالبات في التحصيل ممن استخدموا استراتيجية التفكير فوق المعرفي؟

تم استخدام تحليل التباين الثنائي (MANOVA) كما هو موضح في الجدول السابق رقم (5)، ولوحظ أنه وجود فرق ذي دلالة إحصائية ( $0.05 \geq \alpha$ ) بين المتوسط الحسابي لعلامات الطلاب والطالبات في التحصيل، حيث بلغت قيمة ف المحسوبة (0.051). مما يدل على عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين الطلاب والطالبات في التحصيل في وحدة الدائرة، حيث لم تشير أي من الدراسات السابقة إلى وجود فروق في التحصيل بين الطلاب والطالبات.

**التوصيات والمقترحات:** في ضوء النتائج التي أسفرت عنها الدراسة الحالية فإن الباحث يوصي بالآتي:-

1. تدريب معلمي الرياضيات أثناء الخدمة على كيفية استخدام استراتيجية التفكير فوق المعرفي في تدريس الرياضيات، حيث أثبتت هذه الطريقة فعاليتها في تحصيل الطلبة وقدرتهم على البرهان الرياضي. كما يجب أن تهتم معاهد وكليات إعداد المعلمين قبل الخدمة بتدريب الطلبة المعلمين على مثل هذه الطرق.
2. أن يعمل مخططو مناهج الرياضيات على تضمينها استراتيجية التفكير فوق المعرفي أثناء تقديم المشكلات الرياضية المختلفة، والبرهان الرياضي.

- 1- الخصاونة، أمل.(2008). مفهوم البرهان الرياضي لدى معلمي ومعلمات الرياضيات ومقدرتهم في الحكم على صدقه وبنائه، **دراسات العلوم التربوية**، 36(ملحق)، 136-157.
- 2- عيسوي، شعبان.(2009). تنمية بعض مهارات البرهان الهندسي باستخدام أنشطة إثرائية في الكتابة الرياضية والممارسة الموجهة لدى تلاميذ الصف الأول الاعدادي، **مجلة كلية التربية بالإسماعيلية**، 14(1)، 1-34.
- 3- النعانة، ابراهيم.(2015). أثر استراتيجية تدريس فوق معرفية في تحصيل المفاهيم الصحية في مبحث التربية الاسلامية لدى طلبة المرحلة الأساسية وتنمية اتجاهاتهم نحوها، **دراسات العلوم التربوية**، 42(3)، 1203-1224.
- 4- جروان، فتحي.(2007). **تعليم التفكير مفاهيم وتطبيقات(ط1)**، العين: دار الكتاب الجامعي.
- 5- أبو زينة، فريد.(2003). **مناهج الرياضيات المدرسية وتدريسها**. الكويت: مكتبة الفلاح للنشر والتوزيع.
- 6- الرباط، بهيرة. (2010). "فعالية حقيبة تعليمية في تنمية مهارات البرهان الرياضي واتخاذ القرار في الهندسة لتلاميذ الصف الثاني الاعدادي"، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية، جامعة بنها.
- 7- قنصوة، محمد.(2012). "فعالية نموذج التعلم البنائي في تدريس الرياضيات لتنمية مهارات البرهان الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الاعدادية، رسالة ماجستير غير منشورة"، كلية التربية، جامعة بها.
- 8- العيسوي، شادن. (2001). "أثر برنامج تدريبي في استخدام مهارات التفكير فوق المعرفية على التحصيل في الرياضيات لدى طلبة الصف التاسع"، رسالة ماجستير غير منشورة، الجامعة الاردنية.
- 9- الزعبي، علي.(2007). أثر استراتيجتي مهارات التفكير فوق المعرفي واستخدام الأمثلة على حل المشكلات الهندسية لدى طلبة الصف التاسع الأساسي، **مجلة العلوم التربوية والنفسية**، 8(3)، 143-164.
- 10- عبدالرحمن، وحيد.، والقمص، سمير.(2001). فاعلية وحدة مقترحة في المنطق الرياضي على أداء طلاب الصف الثاني الاعدادي للبرهان الرياضي والاستدلال المنطقي، **مجلة العلوم التربوية والنفسية**، 2(3)، 166-176.

- 11- هلال، سامية. (2007). فعالية استراتيجيات مقترحة في تدريس الهندسة لتنمية مهارات البرهان الرياضي لدى تلميذات المرحلة المتوسطة، المؤتمر العلمي السابع-الرياضيات للجميع، القاهرة، يوليو، 148-179.
- 12- شرف الدين، سعاد. (2015). فعالية استراتيجيتين للتفكير فوق المعرفي في تنمية مهارات حل المشكلة الرياضية لدى تلميذات المرحلة الإعدادية، المؤتمر العلمي السنوي الخامس عشر للجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، تعليم وتعلم الرياضيات وتنمية مهارات القرن الحادي والعشرين، أغسطس، 335-373.
- 13- العتوم، عدنان، والجراح، عبد الناصر، والحموري، فراس. (2015). نظريات التعلم، ط(1)، عمان: دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة.

#### المراجع الأجنبية:

- 1- Costa, A. (2007). Aesthetics: Where thinking begins. In A. Costa (Ed.), the school as a home for the mind (Ch. 2). Thousand Oaks, CA: Corwin.
- 2- Chazan, D. (1993). High school geometry students' justification for their views of empirical evidence and mathematical proof. Educational Studies in Mathematics, 24(4), 359-387.
- 3- Healy, L., & Hoyles, C. (2000). A study of proof conception in algebra, Journal for Research in Mathematics Education, 31(4), 396-428.
- 4- Yang, K. L., Lin, F. L., & Wang, Y. T. (2007). Reading strategies for comprehending geometry proof. In Woo H., Lew, H. C., Park, K. S. & Seo, D. Y. (Eds.), Proceedings of the 31<sup>st</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (vol. 1, p. 333).
- 5- Riddly, M. (1992). Metacognition skills, (www.dilr.state.md.us22-6-2017).
- 6- Evans, Rebecca. (2007): Proof and Geometric Reasoning, Mathematic Teaching Incorporating. 50, 3-11.
- 7- Ellis, Amy B. (2007).Connections between Generalization and Justifying Students Reasoning with linear Relationship. Journal of Research in Mathematics Education, 3(1), 151-155.
- 8- Guler, G. (2016). The Difficulties Experienced in Teaching Proof to Prospective Mathematics Teachers: Academician Views, Higher Education Studies, 6(1).145-158.
- 9- Demiray, E., Isiksa, M. (2017). An Investigation of Pre-service Middle School Mathematics Teachers' Ability to Conduct Valid Proofs, Methods Used, and Reasons for Invalid Arguments,

- 
- International Journal of Science & Mathematics Education, 15(1), 109-130.
- 10- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and Standards of School Mathematics. USA, Reston, VA NCTM.
- 11- Yang, K. (2012). Structure of cognitive and metacognitive reading strategy use for reading comprehension of geometry proof, *Edu Stud Math*, 80, 307-326.
- 12- IEA, (2012). International Association for the Evaluation of Educational Achievement, TIMSS 2011 International Results in Mathematics.
- 13- Ersen, Z. (2016). Reports preserve teachers' metaphorical perceptions towards proof and proving, *international education studies*, 9(7), 10-19.
- 14- Mandaci, S. &Kinder, F.(2013).The Effect of Using Metacognitive Strategies for Solving Geometry Problems on Students' Achievement and Attitude, *Educational Research and Reviews*, 8(19), p1777-1792.
- 15- Nelson, L. (2012). "The Effectiveness of Metacognitive Strategies on 8th Grade Students in Mathematical Achievements and Problem Solving Skills", Ph.D. Dissertation, Southern University and Agricultural and Mechanical College, USA.