

تطبيق سلاسل ماركوف الماصة لتحليل حركة الطالبات وتقدير زمن البقاء
في كلية التربية الأساسية بدولة الكويت

The Application of Absorbing Markov Chains in Analyzing
Female Students' Flow and Estimating Duration of Stay at the
College of Basic Education in the State of Kuwait

سهيلة حمود الفهود

الهيئة العامة للتعليم التطبيقي والتدريب - الكويت

Received 19/3/2019

Accepted 13/5/2019

ملخص:

تناول هذا البحث استخدام أحد أساليب العمليات العشوائية وهو سلاسل ماركوف الماصة لدراسة وتحليل حركة الطالبات في جميع المستويات الدراسية بكلية التربية الأساسية بدولة الكويت وذلك خلال اثني عشر عاماً دراسياً متتالياً بالإضافة إلى تقدير متوسط زمن بقائهن. أظهرت النتائج أن احتمالات التحويل، سحب الأوراق والفصل النهائي من الكلية ضئيلة ولا تكاد تذكر، بينما بلغت احتمالات الانتقال من مستوى السنة الدراسية الأولى، الثانية والثالثة إلى المستوى اللاحق 0.95، 0.90 و 0.94 على الترتيب ومن مستوى السنة الثالثة لمرحلة التخرج 0.002. تبين كذلك أن نسبة التخرج السنوي 49% فقط وأن متوسط زمن البقاء لحين التخرج 5 سنوات. أثبتت دقة التنبؤ في السنوات الخمس التالية للدراسة الكفاءة العالية للنموذج المستخلص إذ لم يتجاوز متوسط الأخطاء النسبية المطلقة 0.8%.

الكلمات الدالة: العمليات العشوائية، سلاسل ماركوف الماصة، مصفوفة الانتقال.

Abstract:

This paper presents the application of one of the methods for random processes, namely; the absorbing Markov chains in the study and analysis of female students' flow at all educational levels of the College of Basic Education in the State of Kuwait during twelve consecutive academic years as well as estimating their duration of stay. Results indicated that the probability of transfer, dropout and expulsion from the college was insignificant and negligible. Moreover, the transition probabilities of

freshman, sophomore, junior students to the next level of study were 0.95, 0.90, 0.94 respectively, whereas for junior students to graduation was 0.002. The annual graduation ratio was merely 49%. Also, it was found that the average duration of stay before graduation is 5 years. The prediction accuracy in the five years following the study proved the high efficiency of the concluded model as the Mean Absolute Percent Error didn't exceed 0.8%.

Keywords and phrases: *Stochastic Processes, Absorbing Markov Chains, Transition Matrix.*

مقدمة:

يعد التعليم أحد أهم القطاعات الحيوية في المجتمع والركيزة الأساسية للتنمية البشرية، لذا تحظى العملية التربوية والتعليمية في شتى بقاع العالم باهتمام كبير لدورها المؤثر في تنمية المجتمعات وذلك بما يتناسب مع احتياجاتها وخصوصياتها وبما يضمن الحصول على مخرجات علمية متميزة وكوادر وطنية مؤهلة في مختلف المجالات.

وقد حرصت دولة الكويت على دعم التعليم العالي لإنتاج جيل مؤهل لمواكبة المتغيرات المستجدة ومواجهة تحديات الحاضر والمستقبل وذلك عبر مؤسساتها التعليمية المختلفة وأحداهما هي "الهيئة العامة للتعليم التطبيقي والتدريب" والتي تستقطب العدد الأكبر من الطلبة على مستوى الدولة. والهيئة العامة للتعليم التطبيقي والتدريب بصفتها أحد كيانات التعليم العالي الفاعلة في دولة الكويت لا تخرج بأهدافها عن الإطار العام للتعليم فقد أنشئت بغرض توفير وتنمية القوى العاملة الوطنية بما يكفل مواجهة القصور في القوى العاملة الفنية الوطنية، وتزويد البلاد بحاجتها من العمالة المطلوبة في مجالات الإنتاج المختلفة والخدمات بالأنواع والأعداد والمستويات اللازمة لسد احتياجات سوق العمل وذلك عن طريق ما تقدمه من برامج تتلاءم مع قدرات الطلبة وتحقق الاستجابة الوظيفية لحاجات المجتمع في المجالات الصناعية والتكنولوجية، الإدارية والتجارية والمالية، الصحية والطبية المعاونة والتربوية والخدمات التعليمية المعاونة (الهيئة العامة للتعليم التطبيقي والتدريب، 2003).

وتقوم كليات الهيئة العامة للتعليم التطبيقي والتدريب على تحقيق أهداف إنشائها من خلال عدة كليات تأتي في مقدمتها كلية التربية الأساسية وهي إحدى أهم كليات الهيئة وأولها تأسيساً وتخدم القطاع التربوي بسائر مجالاته ومختلف تخصصاته، وتسير الدراسة فيها على أساس نظام المقررات الذي يقوم على تعيين عدد الوحدات المعتمدة بعدد 130 وحدة دراسية على الأقل وذلك وفق ما تحدده خطط الدراسة المعتمدة، ويشترط إكمال هذه الوحدات والنجاح فيها بحيث لا يقل المعدل العام

تطبيق سلاسل ماركوف الماصة لتحليل حركة الطالبات وتقدير زمن البقاء في كلية التربية الأساسية...

ومعدل التخصص عن (2) نقطة كشرط من شروط التخرج (الهيئة العامة للتعليم التطبيقي والتدريب، 2003).

ويتكون العام الدراسي من فصلين دراسيين مدة كل فصل دراسي أربعة عشر أسبوعاً، ومدة الدراسة الاعتيادية لبرامج الكلية ثمانية فصول دراسية، وتعد الفصول الصيفية فصولاً اختيارية حيث تتم الدراسة فيها خلال العطلة الصيفية ويسجل الطلبة عدداً من الوحدات وفقاً للأسس والمبادئ التي يقوم عليها نظام المقررات والخطة الدراسية للبرامج العلمية المعتمدة في الأقسام العلمية وذلك حسب حاجات الطلبة وقدراتهم بهدف تمكينهم من تقليص الفترة الزمنية للتخرج وتخفيف العبء التدريسي على الكليات (الهيئة العامة للتعليم التطبيقي والتدريب، 2014).

وهناك كلياتان للتربية الأساسية بدولة الكويت إحداهما للبنات والأخرى للبنين، ولطالما صنفت كلية البنات على أنها الأكثر كثافة طلابية على مستوى كليات الهيئة العامة للتعليم التطبيقي والتدريب خاصةً وكليات الدولة عامة، الأمر الذي يتطلب من الجهات المعنية والباحثين استعمال كافة السبل ويأتي في مقدمتها توظيف الطرائق الإحصائية المناسبة لمساعدة متخذي القرار على اكتشاف حجم وأبعاد المشكلة خلال السنوات موضع الدراسة واستخدامها في توقع تلك التي قد تواجههم في المستقبل حتى يتسنى وضع الخطط الملائمة والحلول الناجعة لها على أساس علمي دقيق.

وتعتبر سلاسل ماركوف الماصة إحدى الأساليب الإحصائية المساعدة في هذا الاتجاه حيث تعنى بعملية اتخاذ القرارات بناءً على تحليل الاتجاهات الحالية للمتغيرات قيد البحث للتنبؤ بأنماطها المستقبلية وذلك بغض النظر عن أحوالها في الماضي، وسيتم توظيفها في هذا البحث لدراسة حركة الطالبات بين المستويات الدراسية في كلية التربية الأساسية التابعة للهيئة العامة للتعليم التطبيقي والتدريب بدولة الكويت بالإضافة إلى حساب متوسط زمن البقاء اللازم لهن في كل مستوى دراسي لحين التخرج ومن ثم سيتم قياس دقة نتائج التنبؤ التي سيتم التوصل إليها.

1.1 مشكلة البحث

إن زيادة الكثافة الطلابية هي مشكلة معقدة تلقي بظلالها على الكلية بحيث تضعف قدرتها على استيعاب الطالبات الجدد كما تؤثر على جودة التعليم، وحيث أن هذه الزيادة ترتبط عادةً بعدم التخرج في الوقت المحدد لأسباب عدة منها تعرض بعض الطالبات لظروف اجتماعية أو صحية تؤدي بهن لوقف قيدهن أو الانسحاب الكلي من المقررات، إضافةً إلى تعرضهن للفصل المؤقت من الكلية نتيجة لانخفاض معدلهن التراكمي أو التخصصي أو كليهما، علاوةً على أسباب أخرى تعود للنظام المؤسسي كالشعب المغلقة ونقص التوجيه والإرشاد الأكاديمي، لذا كان من الأهمية بمكان تحديد حجم المشكلة بشكل علمي بما يسمح بالتنبؤ باتجاهها في المستقبل.

وتتمحور مشكلة البحث في الإجابة على التساؤلات التالية بشأن طالبات كلية التربية الأساسية بدولة الكويت:

1. هل يعتبر أسلوب سلاسل ماركوف الماصة ملائماً لتحليل حركة الطالبات وتقدير زمن بقائهن بالكلية؟
2. ما هو متوسط زمن البقاء اللازم في كل مستوى دراسي لحين التخرج؟
3. ما هو احتمال التحويل إلى الكلية؟
4. ما هي احتمالات كل من: التخرج، الفصل النهائي، التحويل وسحب الأوراق من الكلية؟

1.2 أهداف البحث

يهدف هذا البحث التطبيقي على طالبات كلية التربية الأساسية وهي إحدى أكبر كليات التعليم العالي بدولة الكويت إلى ما يلي:

- أولاً: تفعيل دور مؤسسات التعليم العالي في إعداد الخطط الخمسية للدولة.
- ثانياً: توضيح أهمية توظيف الأساليب الإحصائية عند دراسة الأوضاع الحالية والتنبؤ المستقبلي.
- ثالثاً: تبيان مدى ملاءمة تطبيق أحد الأساليب الإحصائية الهامة وهي سلاسل ماركوف الماصة في تحليل حركة الطالبات بين المستويات الدراسية وزمن بقائهن بالكلية.
- رابعاً: تقدير متوسط زمن البقاء في كل مستوى دراسي لحين التخرج وإيجاد احتمال التحويل إلى الكلية واحتمالات التخرج، الفصل النهائي، التحويل وسحب الأوراق من الكلية.
- خامساً: اعتماد نموذج ماركوف كأسلوب رياضي علمي عند إعداد سياسة القبول بالكلية سنوياً.

1.3 أهمية البحث

تتركز أهمية هذا البحث من زاويتين إحداهما إحصائية والأخرى تطبيقية، فمن الجانب الإحصائي فإن إثبات قابلية وملاءمة أسلوب سلاسل ماركوف للتطبيق على الحالات الدراسية لطالبات كلية التربية الأساسية بدولة الكويت كنموذج لكليات التعليم العالي بدولة الكويت الحكومية منها والخاصة يؤدي بالضرورة إلى إمكانية تعميم تطبيقه على هذه الكليات بصرف النظر إن كان ذلك عن فترات زمنية سابقة أو حالية وذلك وفقاً لما تتطلبه أغراض الدراسة.

أما من الناحية التطبيقية فإن قدرته على استقراء وضع المدخلات والمخرجات التربوية يمكن أن يساهم بوضع سياسات القبول والخطط الاستراتيجية للتعليم بما يخدم خطط التنمية الشاملة ويحقق المواءمة بين تلك المخرجات من جهة واحتياجات المجتمع وسوق العمل بدولة الكويت من جهة

تطبيق سلاسل ماركوف الماصة لتحليل حركة الطالبات وتقدير زمن البقاء في كلية التربية الأساسية...

أخرى، كما يمكن توظيف نتائجه لاستكشاف المواضيع التي تستدعي التعديل في الإجراءات واللوائح الدراسية الطلابية بما يكفل معالجة مكامن الخلل التي قد تعيق تخرج الطالبات في الوقت المحدد.

1.4 منهجية البحث

اعتمد البحث على تطبيق سلسلة ماركوف الماصة على طالبات كلية التربية الأساسية بدولة الكويت واللاتي ينتمين إلى أحد أربعة مستويات دراسية (مستوى السنة الأولى، الثانية، الثالثة والرابعة) تمثل جميعها إلى جانب التحويل إلى الكلية خمس حالات غير ماصة، بالإضافة إلى أربع حالات ماصة وهي التخرج، الفصل النهائي، التحويل وسحب الأوراق من الكلية.

1.5 حدود البحث

تتكون حدود البحث مما يلي:

- الحد الزمني: تم اختيار السنوات الدراسية 2000/1999 – 2011/2010 كحالة تطبيقية وذلك بما يتيح قياس دقة نتائج التنبؤ في السنوات اللاحقة للدراسة.
- الحد المكاني: كلية التربية الأساسية بدولة الكويت.
- الحد البشري: طالبات الكلية.

1.6 الدراسات السابقة

تصف سلسلة ماركوف عادةً آلية انتقال نظام ما من حالة لأخرى بنهاية فترات زمنية وقد تم توظيفها في العديد من المجالات كونها تمهد لعملية اتخاذ القرارات كما استخدمت تطبيقاتها لدراسة التغيرات في الأنماط وتالياً في التنبؤ.

وقد تعددت مجالات تطبيق سلاسل ماركوف لتشمل مناحي متنوعة، ففي مجال الاقتصاد اعتمد (محمد وآخرون، 2010) و(عكروش وآخرون، 2017) على استخدام سلاسل ماركوف للتنبؤ بالأرقام القياسية لأسعار المستهلك في العراق وسورية على الترتيب وذلك لتقدير اتجاهها والتنبؤ بها على المدى الطويل والقصير، وتم ذلك بناءً على بيانات شهرية كانت لأول من عام 2003-2009 وللثاني منذ بداية العام 2010 وحتى نهاية 2011، حيث أظهرت نتائج التنبؤ للبحثن عدم ثبات شعاع الاحتمالات الانتقالية (ارتفاع – انخفاض – استقرار).

واستخدمها (بوالسبت، 2015) للتنبؤ بإنتاجية القمح في الجزائر للأعوام 2013، 2014 و2015 حيث تبين كفاءة سلاسل ماركوف في التقدير نظراً لتقارب التقديرات من الأرقام الحقيقية بما يزيد عن 88% في السنة الأولى وبأكثر من 96% في السنتين التاليتين، كما اتضح من زاوية الأمن الغذائي ضعف إنتاجية القمح الحقيقية والمتوقعة مما يهدد بالاعتماد على الآخرين لتوفيرها للجزائريين.

بينما وظف (سلمان، 2014) سلاسل ماركوف للفترة (2008-2014) بغرض تقييم سياسة البنك المركزي العراقي تجاه سعر صرف الدينار العراقي مقابل الدولار الأمريكي وذلك من خلال تقدير احتمالات تغير سعر الصرف بالوقت الحالي والتنبؤ باحتمالات التغير في حالة الاستقرار والثبات.

وفي مجال التسويق قدمت دراسة (Asadabadi, 2017) أسلوباً مبتكراً لتطوير طريقة العثور على أفضل مورد قائمة على العملاء بحيث تكون احتياجات العملاء (CNS) هي العامل المحدد كما تأخذ في الاعتبار التغيرات المحتملة في أولويات احتياجات العملاء بمرور الزمن. وقد تم دمج عملية الشبكة التحليلية (ANP) ونشر وتوزيع وظيفة الجودة (QFP) بحيث تستخدم سلسلة ماركوف لمعالجة مشكلة اختيار المورد وذلك بتتبع الأولويات المتغيرة لاحتياجات العملاء (PRs) وإيجاد نموذج لها، ثم تقوم طريقة ANP-QFD بربط هذا النموذج بمتطلبات المنتج وربط الأخير بمواصفات المورد، وهذه منهجية متطورة لاختيار المورد الأفضل بشكل مستقل عن الاحتياجات المبدئية للعملاء.

وفي مجال الاتصالات ويهدف وضع نموذج لتحسين أداء العمل بالشركة السودانية للاتصالات (سوداتل) ورفع كفاءة الخدمة المقدمة، فقد تناول (الشيخ، 2007) بشكل تفصيلي تطبيق نماذج سلاسل ماركوف ذات الزمن المستمر في مراكز الاتصالات وذلك بناءً على بيانات يومية مسجلة بالشركة خلال العام 2005 أهم نماذج صفوف الانتظار للمكالمات المنفذة من قبل المشتركين بالشركة ومن ثم تم اشتقاق مقاييس الاداء لكل نموذج في حالة السكون.

وفي مجال صيانة الآلات فقد وظفها (حسن، 2013) لقياس معدل العطل الكلي لمكينتين رئيسيتين من مكائن ورشة إنتاج الخزانات في إحدى الشركات العامة وتوصل بواسطتها إلى احتساب ثلاثة احتمالات هي معدل العطل الكلي للمكينتين، معدل صلاحية كلتا المكينتين للعمل ومعدل صلاحية إحدى المكينتين وعطل الأخرى، واستنتج من دراسته قدرة نموذج سلسلة ماركوف على تقديم فكرة كاملة عن الحالة التشغيلية والفنية لمكائن الشركة مما يعني إمكانية اعتمادها كأداة تحليل عند وضع خطط الإنتاج المستقبلية.

وفي مجال التنبؤات الجوية فقد تم تطبيقها من قبل (قناوي، 2007) على متوسط كميات الأمطار الشهرية لولايتين في السودان وذلك خلال الفترة من يناير 1970 إلى مايو 2000 وأوضح كيفية تقدير سلاسل ماركوف بثلاثة طرق هي الترجيح الأعظم، لابلاس وبيز وكيفية حساب احتمالات الانتقال وإيجاد الوضع المستقر لمصفوفة الانتقال وذلك بطريقتين، كما تناول اختبار تمثيل العملية العشوائية لسلاسل ماركوف وتوصل من خلال النتائج إلى أن بيانات كمية الأمطار في الولايتين تمثل فعلاً سلاسل ماركوف.

تطبيق سلاسل ماركوف الماصة لتحليل حركة الطالبات وتقدير زمن البقاء في كلية التربية الأساسية...

وفي مجال الرعاية الصحية، قدم (Andersen et al., 2017) نموذجاً رياضياً لحل مشكلة توفير أسرة كافية بأجنحة المستشفى وذلك عن طريق إعادة توزيع الأسرة المتوفرة فيها فعلاً، وقد تم نمذجة حركة المرضى بواسطة سلسلة ماركوف المتجانسة ذات الزمن المستمر واختير أحد المستشفيات كدراسة حالة حيث أسفرت النتائج عن أن سلسلة ماركوف تعكس إشغال المرضى لأسرة المستشفى وذلك كدالة لكيفية توزيع الأسرة فيها.

واستطراداً للمجالات السابقة الذكر وغيرها الكثير، سنقوم في هذا البحث بتوظيف سلاسل ماركوف الماصة في المجال التعليمي وذلك بتطبيقها على حركة الطالبات بجميع المستويات الدراسية في كلية التربية الأساسية بدولة الكويت وذلك خلال الأعوام الدراسية 2000/1999-2010/2011 وتقدير متوسط زمن بقائهن في الكلية لحين التخرج وكذلك حساب احتمالات التخرج، الفصل النهائي، التحويل وسحب الأوراق من الكلية ومن ثم سيتم قياس دقة نتائج التنبؤ في السنوات اللاحقة للدراسة.

2. الإطار النظري

حظيت نظرية عمليات ماركوف بمكانة هامة في نظرية العمليات العشوائية نظراً لتطبيقاتها المتنوعة في العديد من نماذج العلوم الطبيعية والانسانية، أما سلسلة ماركوف فتعرف عادةً على أنها متتابعة من الحالات التي يمكن أن يكون فيها نظام ما عند أي لحظة زمنية t أو متتابعة من المواضع التي يحتلها جسيم متحرك (تاج وسرحان، 2007)، وقد أطلقت عليها هذه التسمية نسبةً إلى الرياضي الروسي أندريه ماركوف (1856-1922) والذي كان رائد التعامل مع النظريات المتعلقة بالعمليات العشوائية منذ عام 1906 حيث برزت النظرية التقليدية لسلاسل ماركوف من خلال سلاسل بسيطة محددة وكان الهدف منها هو دراسة المسلك التقاربي لسلاسل ماركوف عندما يصل الوقت t إلى ما لا نهاية (Levin et al., 2008).

وخلال العقدين الماضيين ازداد الاهتمام بهذا النوع من السلاسل باعتبارها دالة للحالة الراهنة واستخدمت كأسلوب علمي يستند إلى الاحتمالات بهدف تحليل الاتجاهات الحالية للظواهر للتكهن باتجاهاتها مستقبلاً دون الحاجة للعودة للماضي.

2.1 العمليات العشوائية

عند دراسة العمليات العشوائية فإن كل مشاهدة تقابلها دالة في الزمن، فكلمة عملية تعني دالة في الزمن أما كلمة عشوائية فتعني الاحتمالية ومن ثم فإن العمليات العشوائية هي دوال احتمالية في الزمن (تاج وسرحان، 2007)، وبطريقة أخرى فإن العمليات العشوائية هي نموذج رياضي يتولد بطريقة احتمالية عبر الزمن.

ويمكن التعبير رياضياً عن العمليات العشوائية ذات الزمن المستمر على النحو التالي:

$\{X_t, t \geq 0, t \in T\}$ حيث T هو الزمن.

فيما يعبر رياضياً عن العمليات العشوائية ذات الزمن المنفصل كما يلي:

$\{X_n, n = 0, 1, 2, 3, \dots\}$ حيث n هي مجموعة جزئية من الأعداد الصحيحة.

ويطلق على مجموعة القيم الممكنة للمتغيرات العشوائية X_i عند الزمن i مصطلح الحالات، فإذا أخذنا في الاعتبار عملية عشوائية يمكن لها أن تكون في أي عدد منته أو غير منته ولكنه محدود من الحالات وعندما تأخذ جميع المتغيرات العشوائية في هذه العملية قيماً من مجموعة محددة فإن هذه المجموعة تسمى فضاء الحالة للعملية العشوائية. وعليه يكون:

- فضاء الحالة: هو كل القيم الممكنة للمتغيرات العشوائية وسيرمز له بالرمز S .
- فضاء المعلمة: هو كل القيم الممكنة لمعلمة العملية العشوائية $\{X_t, t \geq 0\}$ ويرمز له بالرمز T .

2.2 سلسلة ماركوف

لدى دراسة عملية عشوائية في لحظات منفصلة من الزمن $n = 0, 1, 2, \dots$ وذات متغيرات عشوائية مستقلة بحيث تكون حالات العملية العشوائية المستقبلية في التجارب المتكررة مستقلة عن الحالات الماضية والحالية فإن الرمز n يشير إلى حالة العملية العشوائية عند الزمن n . وللعديد من العمليات العشوائية خاصية أنه بمعرفة الحالة الحالية فإن الحالات الماضية ليس لها أي تأثير على المستقبل وهذا ما يطلق عليه خاصية ماركوف والتي تتطلب تحقق المعادلة التالية لأي عدد صحيح غير سالب n وذلك لجميع القيم $(x_0, x_1, \dots, x_n, x_{n+1})$ التي تنتمي لفضاء الحالة (Bermant et al., 1973):

$$P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_n = x_n, X_{n-1} = x_{n-1}, \dots, X_0 = x_0) = P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_n = x_n) \quad (1)$$

بمعنى أن الحالة المستقبلية (X_{n+1}) تكون مستقلة عن الحالات السابقة $(i, i = 0, 1, 2, \dots, n-1)$ وذلك بشرط معرفة الحالة الحالية n .

تطبيق سلاسل ماركوف الماصة لتحليل حركة الطالبات وتقدير زمن البقاء في كلية التربية الأساسية...

وتسمى العملية العشوائية سلسلة ماركوف إذا امتلكت خاصية ماركوف وكان فضاء الحالة منفصلاً منتهياً محدوداً أو منفصلاً غير منتهى ولكنه قابل للعد وفضاء المعلمة منفصلاً (Asmussen, 2003).

كما تعتبر سلاسل ماركوف متجانسة إذا كانت ذات احتمالات انتقال مستقرة أي أن احتمالات الانتقال للسلسلة $P(X_{n+1} = x_{n+1} | X_n = x_n)$ لكل n تكون غير معتمدة على الزمن (Kreweras, 1972).

وسيتم في هذا البحث تطبيق سلاسل ماركوف المتجانسة حيث سيشير تعبير سلسلة ماركوف اختصاراً من الآن فصاعداً إلى أن المتغيرات العشوائية فيها تستوفي خاصية ماركوف بالإضافة إلى أن لها احتمالات انتقال مستقرة.

2.2.1 احتمال الانتقال بخطوة واحدة

بفرض أن $\{X_n, n \geq 0\}$ هي سلسلة ماركوف بفضاء حالة S ، ونظراً لأن سلسلة ماركوف لها احتمالات انتقال مستقرة لذا فإن (Kreweras, 1972):

$$P(X_{n+1} = y | X_n = x) = p_{xy}, \quad \forall n$$

حيث تسمى القيم p_{xy} احتمالات الانتقال من الحالة x إلى الحالة y بخطوة واحدة لسلسلة ماركوف بحيث:

$$\begin{aligned} p_{xy} &\geq 0, & x, y \in S \\ \sum_y p_{xy} &= 1, & x \in S \end{aligned}$$

وباستخدام خاصية ماركوف نجد أن:

$$P(X_{n+1} = y | X_n = x, X_{n-1} = x_{n-1}, \dots, X_0 = x_0) = p_{xy}$$

وهو ما يعني أنه إن كانت سلسلة ماركوف في الحالة x عند الزمن n فإنه وبغض النظر عن كيفية وصولها لهذه الحالة فإن لديها احتمال p_{xy} لا يعتمد على n بأنها ستكون في الحالة y عند الخطوة التالية.

وبناءً عليه وبافتراض أن سلسلة ماركوف ذات فضاء حالة محدود وليكن $S_m = \{1, 2, \dots, m\}$ ، فإن مصفوفة الانتقال بخطوة واحدة P ستكون مصفوفة مربعة من الرتبة $m \times m$ بالشكل التالي:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & \dots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & \dots & p_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{m1} & p_{m2} & \dots & \dots & p_{mm} \end{bmatrix} = P_{xy}$$

2.2.2 احتمال الانتقال في الخطوة النونية

يعرف احتمال الانتقال في الخطوة النونية لسلسلة ماركوف ويرمز له $p_{xy}^{(n)}$ بأنه احتمال انتقال السلسلة ذات فضاء الحالة S من الحالة x إلى الحالة y بعد n من الخطوات أي أن:

$$p_{xy}^{(n)} = P(X_{n+m} = y | X_m = x), \quad n \geq 0, \quad x, y \in S$$

بحيث (Parzen, 1960):

$$p_{xy}^{(1)} = p_{xy}$$

$$p_{xy}^{(0)} = \begin{cases} 1, & x = y \\ 0, & x \neq y \end{cases}$$

وتبين المعادلات التالية والتي تعرف بمعادلات جابمان-كولوموغوروف لسلسلة ماركوف المتجانسة بعدد حالات محدود k ومصفوفة انتقال P أنه لكي تنتقل السلسلة من الحالة x إلى الحالة y بعد $(n+m)$ خطوة فإن ذلك يحتم وجودها في حالة أخرى z بعد (n) من الخطوات (Parzen, 1960):

$$p_{xy}^{(n+m)} = \sum_{z=1}^k p_{xz}^{(n)} p_{zy}^{(m)} \quad \dots \dots \dots (2)$$

عند تعويض $n = m = 1$ في (2) فإن:

$$p_{xy}^{(2)} = \sum_{z=1}^k p_{xz} p_{zy}$$

أي أن (2) هي حاصل ضرب المصفوفة P في نفسها.

وعموماً فإنه عند تعويض $m = 1$ في (2) نجد أن:

$$p_{xy}^{(n+1)} = \sum_{z=1}^k p_{xz}^{(n)} p_{zy}$$

حيث يتبين بالاستقراء من المعادلة الأخيرة أنه إذا كانت P هي مصفوفة الانتقال لسلسلة ماركوف ذات عدد محدود من الحالات، فإن مصفوفة الانتقال بعد n خطوة وهي $P^{(n)}$ تكون هي الأس النوني للمصفوفة P أي أن:

$$P^{(n)} = P^n$$

ويمكن كتابة $P^{(n)}$ على شكل مصفوفة وذلك بوضع احتمالات الانتقال بعد n خطوة لسلسلة ماركوف ذات فضاء الحالة $S_m = \{1, 2, \dots, m\}$ على الشكل التالي:

$$P^{(n)} = \begin{bmatrix} p_{11}^{(n)} & p_{12}^{(n)} & \dots & \dots & p_{1m}^{(n)} \\ p_{21}^{(n)} & p_{22}^{(n)} & \dots & \dots & p_{2m}^{(n)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{m1}^{(n)} & p_{m2}^{(n)} & \dots & \dots & p_{mm}^{(n)} \end{bmatrix}$$

حيث تبين القيمة $p_{xy}^{(n)}$ في المصفوفة $P^{(n)}$ احتمال أن السلسلة التي بدأت من الحالة x ستكون في الحالة y وذلك بعد n خطوة.

2.3 التوزيع الابتدائي

تعرف الاحتمالات التالية (Chang, 1996):

$$\pi_0(x) = P(X_0 = x), \quad x \in S_m$$

المتجه $\pi_0 = (\pi_0(1), \dots, \pi_0(m))$ والذي يطلق عليه التوزيع الابتدائي لسلسلة ماركوف إذا استوفت مكوناته ما يلي:

$$\pi_0(x) \geq 0, \quad x \in S_m$$

$$\sum_{x \in S_m} \pi_0(x) = 1$$

أي أن π_0 يعطي التوزيع الاحتمالي لسلسلة ماركوف قبل أول انتقال.

ولإيجاد التوزيع الاحتمالي للسلسلة بعد n خطوة فإن الاحتمالات $p_y^{(n)} = P(X_n = y)$ تعرّف المتجه $p^{(n)} = (p_1^{(n)}, p_2^{(n)}, \dots, p_m^{(n)})$ وهو التوزيع بعد n خطوة، وحيث أن (Hoel et al., 1972):

$$\begin{aligned} p_y^{(n)} &= \sum_{x=1}^m P(X_0 = x, X_n = y) \\ &= \sum_{x=1}^m P(X_0 = x) P(X_n = y | X_0 = x) \end{aligned}$$

لذا فإن:

$$\begin{aligned} p_y^{(n)} &= \sum_{x=1}^m \pi_0(x) p_{xy}^{(n)} \\ \therefore p^{(n)} &= \pi_0 P^{(n)} \end{aligned} \quad (3)$$

حيث نتيج المعادلة (3) حساب توزيع X_n بدلالة كل من التوزيع الابتدائي π_0 ومصفوفة الانتقال في الخطوة النونية $P^{(n)}$.

2.4 سلاسل ماركوف الماصة

بفرض أن سلسلة ماركوف لها مصفوفة انتقال P فإن $v_{xy} = P_x(T_y < \infty)$ ترمز إلى احتمال أن سلسلة ماركوف التي تبدأ عند الحالة x ستكون في الحالة y في وقت موجب ما، وعلى وجه الخصوص فإن v_{yy} تعني أن سلسلة ماركوف التي تبدأ عند الحالة y ستعود إليها في المستقبل، وتسمى الحالة y حالة ماصة إذا كان $P_y(T_y = 1) = P_{yy} = 1$ أي أن السلسلة بمجرد دخولها إلى الحالة y فإنها تبقى فيها ولن تغادرها، فيما تسمى الحالات الأخرى حالات غير ماصة (Hoel et al., 1972).

تطبيق سلاسل ماركوف الماصة لتحليل حركة الطالبات وتقدير زمن البقاء في كلية التربية الأساسية...

وعندما تتضمن سلسلة ماركوف حالة واحدة ماصة على الأقل فإنها تسمى سلسلة ماركوف الماصة بشرط أن تكون هناك إمكانية للوصول لحالة ماصة وذلك ابتداءً من أي حالة من الحالات غير الماصة بالسلسلة ودون اشتراط أن يتم ذلك الانتقال بخطوة واحدة (الجراد وحמידان، 2004). وبناءً على تصنيف حالات سلسلة ماركوف فإنه يمكن تقسيم مصفوفة الانتقال إلى 4 مصفوفات جزئية، فإذا كانت السلسلة مكونة من عدد (m) حالة ماصة وعدد (l) حالة غير ماصة فإنه يتم تجزئتها كالتالي:

$$P = \begin{bmatrix} Q & R \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (4)$$

حيث:

Q : مصفوفة الانتقال بين الحالات غير الماصة من الرتبة (عدد الحالات غير الماصة \times عدد الحالات غير الماصة أي $l \times l$).
 R : مصفوفة الانتقال من حالة غير ماصة إلى حالة ماصة من الرتبة (عدد الحالات غير الماصة \times عدد الحالات الماصة أي $l \times m$).
 0 : مصفوفة صفرية تمثل احتمالات الانتقال من حالة ماصة إلى حالة غير ماصة من الرتبة (عدد الحالات الماصة \times عدد الحالات غير الماصة أي $m \times l$).
 I : مصفوفة الوحدة تمثل احتمالات البقاء ضمن الحالة الماصة من الرتبة (عدد الحالات الماصة \times عدد الحالات الماصة أي $m \times m$).

2.5 المصفوفة الأساسية

تعرف المصفوفة الأساسية لسلسلة ماركوف الماصة على أنها المصفوفة المربعة:

$$F = (I - Q)^{-1}$$

حيث I هي مصفوفة الوحدة وهي مصفوفة مربعة بذات رتبة المصفوفة Q بحيث يكون الفرق $(I - Q)$ موجوداً.

ولأي سلسلة ماركوف ماصة فإن $(I - Q)^{-1}$ والذي هو مقلوب المصفوفة $(I - Q)$ يساوي $I + Q + Q^2 + \dots$ ولتوضيح ذلك يمكن في البداية إيجاد $P^{(2)}$ وكذلك $P^{(3)}$ وهما مصفوفتا الانتقال بعد خطوتين وبعد ثلاث خطوات على التوالي كما يلي (Weckesser, 2005):

$$P^{(2)} = \begin{bmatrix} Q & R \\ 0 & I \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Q & R \\ 0 & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^2 & R(I+Q) \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

$$P^{(3)} = \begin{bmatrix} Q & R \\ 0 & I \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Q^2 & R(I+Q) \\ 0 & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^3 & R(I+Q+Q^2) \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

وبالاستنتاج الرياضي يمكن كتابة مصفوفة الانتقال بعد (n) خطوة على الشكل التالي:

$$P^{(n)} = \begin{bmatrix} Q^n & R \sum_{i=0}^{n-1} Q^i \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (5)$$

أي أنه بعد n خطوة فإن $\sum_{i=0}^{n-1} Q^i$ تمثل متوالية هندسية حدها الأول $Q^0 = I$ وأساسها Q ، وعندما تنتهي n إلى ما لا نهاية فعندها يستحيل الانتقال بين الحالات غير الماصة أي أن حدود المصفوفة Q^n تنتهي إلى الصفر فيما تنتهي $\sum_{i=0}^{\infty} Q^i$ إلى $(I - Q)^{-1}$ (سلمان وفاضل، 2013).
وحيث أن المصفوفة الأساسية $F = (I - Q)^{-1}$ تعطي زمن البقاء المتوقع للسلسلة في كل حالة غير ماصة وصولاً إلى الحالة الماصة فإن:

تطبيق سلاسل ماركوف الماصة لتحليل حركة الطالبات وتقدير زمن البقاء في كلية التربية الأساسية...

- المصفوفة **M** تمثل مصفوفة متوسط الزمن حتى الامتصاص بدءاً من الحالات غير الماصة حتى الوصول للحالة الماصة (Premaud, 2001):

$$M = F \times I = (I - Q)^{-1} \times I \quad \dots \dots \dots (6)$$

- المصفوفة **B** تبين احتمالات الانتقال (الامتصاص) من الحالات غير الماصة إلى الحالات الماصة:

$$B = F \times R = (I - Q)^{-1} \times R \quad \dots \dots \dots (7)$$

- المصفوفة **E** توضح الأعداد المتنبأ بها للحالات الماصة بعد مضي فاصل زمني قدره M (كما هو موضح في (6)) وذلك انطلاقاً من أعداد الحالات غير الماصة عند الزمن i (V_i) :

$$E = V_i \times B = V_i \times [(I - Q)^{-1} \times R] \quad \dots \dots \dots (8)$$

ولقياس جودة التقدير ودقة النتائج التنبؤية للنموذج **E** سيتم حساب متوسط الأخطاء النسبية المطلقة *Mean Absolute Percentage Error (MAPE)* وذلك عن طريق إيجاد القيمة المطلقة لنسبة مقدار الخطأ إلى القيمة الفعلية ثم قسمة النتيجة على مدة التنبؤ ومن ثم ضرب الناتج في 100% وذلك كما هو موضح في المعادلة التالية:

$$MAPE = \left(\frac{1}{n} \times \sum \frac{|Y - \hat{Y}|}{|Y|} \right) \times 100\% \quad \dots \dots \dots (9)$$

حيث Y : القيم الفعلية، \hat{Y} : القيم التقديرية و n : مدة التنبؤ.

ومن المعلوم أنه كلما كانت قيمة المقياس **MAPE** صغيرة كان ذلك دليلاً على دقة نتائج التنبؤ نظراً لتقارب القيم الفعلية من القيم التقديرية التي سيتم التوصل إليها من خلال المصفوفة **E** والعكس بالعكس.

3. تحليل البيانات ومناقشة النتائج

تم استقاء بيانات هذا البحث من قاعدة بيانات الطلبة في مركز تقنية المعلومات والحاسب الآلي التابع لقطاع الخدمات الأكاديمية المساندة بالهيئة العامة للتعليم التطبيقي والتدريب بدولة الكويت وذلك عن الأعوام الدراسية 2000/1999 - 2011/2010، وبناءً على البيانات موضع الدراسة واللوائح المنظمة لعملية التحويل وسحب الأوراق بالهيئة حيث لا يسمح بعودة الطالبة التي قامت بالتحويل من الكلية أو سحبت أوراقها منها بالعودة إليها مرةً أخرى (الهيئة العامة للتعليم التطبيقي والتدريب، 2003)، فإن مصفوفة الانتقال التي تعكس حالة الطالبات في كلية التربية الأساسية بالهيئة العامة للتعليم التطبيقي والتدريب بدولة الكويت تتكون من تسع حالات منها خمس حالات غير ماصة وأربع حالات ماصة كالتالي:

الحالات غير الماصة		الحالات الماصة	
L ₁	حالة الطالبات في مستوى السنة الدراسية	L _{T.out}	حالة تحويل الطالبات من الكلية
L ₂	حالة الطالبات في مستوى السنة الدراسية	L _D	حالة سحب الأوراق من الكلية
L ₃	حالة الطالبات في مستوى السنة الدراسية	L _{EXP}	حالة الفصل النهائي للطالبات من
L ₄	حالة الطالبات في مستوى السنة الدراسية	L _G	حالة تخرج الطالبات من الكلية
L _{T.in}	حالة تحويل الطالبات إلى الكلية		

وتوضح الجداول (1- 6) على التوالي بيان بأعداد الطالبات المقيدات بالكلية وكذلك الخريجات () منها، المحولات إلى الكلية (T.in)، المحولات من الكلية (T.out)، اللاتي قمن بسحب أوراقهن (D)، المفصولات نهائياً (EXP) والباقيات في نفس المستوى الدراسي (ST) في كلية التربية الأساسية وذلك حسب مستوى السنة الدراسية خلال الأعوام الدراسية 2000/1999 - 2011/2010.

يبين جدول (1) أعداد الطالبات المقيدات في كلية التربية الأساسية وكذلك الطالبات الخريجات منها وذلك حسب مستوى السنة الدراسية خلال الفترة محل الدراسة، حيث تعد الطالبة في مستوى السنة الدراسية الأولى بعد قبولها في الكلية مباشرة ولحين إنهائها بنجاح 34 وحدة دراسية على الأكثر، فيما تصنف في مستوى السنة الدراسية الثانية إذا تمكنت بنجاح من اجتياز عددا من الوحدات الدراسية يتراوح بين 35 إلى 68 وحدة دراسية، وفي مستوى السنة الدراسية الثالثة إذا أتمت بنجاح عددا من الوحدات الدراسية يتراوح بين 69 إلى 99 وحدة دراسية وفي مستوى السنة الدراسية الرابعة إذا أكملت بنجاح دراسة 100 وحدة دراسية فأكثر (الهيئة العامة للتعليم التطبيقي والتدريب، 2003).

تطبيق سلاسل ماركوف الماصة لتحليل حركة الطالبات وتقدير زمن البقاء في كلية التربية الأساسية...

جدول (1): أعداد الطالبات المقيّدات في كلية التربية الأساسية والخريجات منها

الخريجات من مستوى السنة الدراسية	المقيّدات في مستوى السنة الدراسية				العام الدراسي
	الرابعة	الثالثة	الثانية	الأولى	
-	-	-	-	822	2000/1999
-	-	-	527	856	2001/2000
-	4	-	509	558	2002/2001
1064	3	1677	553	748	2003/2002
672	1	1353	702	958	2004/2003
706	2	1576	883	1226	2005/2004
842	1	1937	1096	1344	2006/2005
1104	4	2439	1141	1292	2007/2006
1258	0	2664	1094	1556	2008/2007
1363	2	2714	1362	1449	2009/2008
1319	0	2941	1208	-	2010/2009
1482	-	2936	-	-	2011/2010
9810	17	20237	8548	9658	المجموع

يتضح من جدول (1) أن نسبة التخرج السنوي (AGR) =

$$AGR = \left(\frac{\text{إجمالي عدد الخريجات من مستوى السنة الدراسية الثالثة}}{\text{إجمالي عدد طالبات مستوى السنة الدراسية الثالثة خلال فترة الدراسة}} + \frac{\text{إجمالي عدد الخريجات من مستوى السنة الدراسية الرابعة}}{\text{إجمالي عدد طالبات مستوى السنة الدراسية الرابعة خلال فترة الدراسة}} \right) \times 100\%$$

$$AGR = \left(\frac{17}{8548} + \frac{9810}{20237} \right) \times 100\%$$

$$AGR = (0.001989 + 0.484756) \times 100\% = 48.6745\% \cong 49\% \quad \dots \dots (10)$$

∴ نسبة التخرج السنوي (AGR) $\cong 49\%$

3.1 احتمالات الحالة غير الماصة وهي التحويل إلى الكلية (Transfer In)

يوضح جدول (2) أعداد الطالبات المحولات إلى كلية التربية الأساسية (T.in) خلال الأعوام الدراسية محل الدراسة باعتبارها حالة غير ماصة.

جدول (2): أعداد الطالبات المحولات إلى كلية التربية الأساسية (T.in)

إجمالي	مستوى السنة الدراسية الرابعة	مستوى السنة الدراسية الثالثة	مستوى السنة الدراسية الثانية	مستوى السنة الدراسية الأولى	العام الدراسي
61	-	-	-	61	2000/1999
123	-	-	1	122	2001/2000
250	-	0	1	249	2002/2001
331	0	0	1	330	2003/2002
473	0	0	0	473	2004/2003
429	0	0	1	428	2005/2004
279	0	0	0	279	2006/2005
338	0	0	0	338	2007/2006
293	0	0	0	293	2008/2007
1	0	0	1	-	2009/2008
0	0	0	-	-	2010/2009
0	0	-	-	-	2011/2010
2578	0	0	5	2573	المجموع

احتمال التحويل إلى الكلية من مستوى السنة الدراسية i هو $(p_{T.in,i})$:

$$p_{T.in,i} = \frac{\text{عدد المحولات إلى الكلية من مستوى السنة الدراسية } i}{\text{عدد المحولات الكلي إلى الكلية}} : i$$

$$= 1, 2, 3, 4 \dots \dots \dots (11)$$

$$\therefore p_{T.in,1} = 0.998061, p_{T.in,2} = 0.001939, p_{T.in,3} = 0, p_{T.in,4} = 0$$

3.2 احتمالات الحالات الماصة

توضح الجداول (3)، (4) و(5) ثلاث حالات ماصة وهي الحالات التي لا يتمكن من ينتقل إليها من الخروج منها أي لا يمكنه العودة مرةً أخرى إلى الكلية وهي على الترتيب: التحويل من

تطبيق سلاسل ماركوف الماصة لتحليل حركة الطالبات وتقدير زمن البقاء في كلية التربية الأساسية...

الكلية (out)، سحب الأوراق () والفصل النهائي من الكلية (EXP) (الهيئة العامة للتعليم التطبيقي والتدريب، 2003) وذلك خلال الفترة الزمنية محل الدراسة.

3.2.1 احتمالات التحويل من الكلية (Transfer Out)

جدول (3): أعداد الطالبات المحولات من كلية التربية الأساسية (T.out)

مستوى السنة الدراسية الرابعة	مستوى السنة الدراسية الثالثة	مستوى السنة الدراسية الثانية	مستوى السنة الدراسية الأولى	العام الدراسي
-	-	-	4	2000/1999
-	-	3	2	2001/2000
-	0	0	2	2002/2001
0	0	0	1	2003/2002
0	0	0	0	2004/2003
0	0	3	0	2005/2004
0	0	0	1	2006/2005
0	0	0	1	2007/2006
0	0	0	3	2008/2007
0	0	1	-	2009/2008
0	0	-	-	2010/2009
0	-	-	-	2011/2010
0	0	7	41	المجموع

احتمال التحويل من الكلية من مستوى السنة الدراسية i هو $(p_{i,T.out})$:

$$p_{i,T.out} = \frac{\text{عدد المحولات إلى خارج الكلية من مستوى السنة الدراسية } i}{\text{عدد المقيدات في مستوى السنة الدراسية } i} : i$$

$$= 1, 2, 3, 4 \dots \dots \dots (12)$$

$$\therefore p_{1,T.out} = 0.000833, p_{2,T.out} = 0.000725, p_{3,T.out} = 0, p_{4,T.out} = 0$$

3.2.2 احتمالات سحب الأوراق من الكلية (Dropout)

سهولة الفرهود

جدول (4): أعداد الطالبات اللاتي قمن بسحب أوراقهن من كلية التربية الأساسية (D)

مستوى السنة الدراسية الرابعة	مستوى السنة الدراسية الثالثة	مستوى السنة الدراسية الثانية	مستوى السنة الدراسية الأولى	العام الدراسي
-	-	-	10	2000/1999
-	-	7	7	2001/2000
-	0	2	6	2002/2001
0	2	2	8	2003/2002
0	1	3	7	2004/2003
1	0	0	9	2005/2004
0	0	2	9	2006/2005
0	0	0	15	2007/2006
0	1	4	15	2008/2007
1	0	5	-	2009/2008
0	4	-	-	2010/2009
1	-	-	-	2011/2010
3	8	25	86	المجموع

احتمال سحب الأوراق من مستوى السنة الدراسية i هو $(p_{i,D})$:

$$p_{i,D} = \frac{\text{عدد اللاتي قمن بسحب أوراقهن من مستوى السنة الدراسية } i}{\text{عدد المقيدات في مستوى السنة الدراسية } i} \quad i = 1, 2, 3, 4 \dots \dots \dots (13)$$

$$\therefore p_{1,D} = 0.005120, p_{2,D} = 0.002589, p_{3,D} = 0.000936, p_{4,D} = 0.000148$$

3.2.3 احتمالات الفصل النهائي (Expulsion)

جدول (5): أعداد الطالبات المفصولات نهائياً (EXP) من كلية التربية الأساسية

مستوى السنة الدراسية الرابعة	مستوى السنة الدراسية الثالثة	مستوى السنة الدراسية الثانية	مستوى السنة الدراسية الأولى	العام الدراسي
-	-	-	9	2000/1999
-	-	12	8	2001/2000
-	6	4	8	2002/2001
2	2	0	16	2003/2002

تطبيق سلاسل ماركوف الماصة لتحليل حركة الطالبات وتقدير زمن البقاء في كلية التربية الأساسية...

2	4	4	8	2004/2003
1	5	2	14	2005/2004
1	1	2	28	2006/2005
1	2	7	18	2007/2006
2	1	1	14	2008/2007
1	3	5	-	2009/2008
0	1	-	-	2010/2009
1	-	-	-	2011/2010
11	25	37	123	المجموع

احتمال الفصل النهائي وذلك من مستوى السنة الدراسية i هو $(p_{i,EXP})$:

$$p_{i,EXP} = \frac{\text{عدد المفصولات نهائياً من مستوى السنة الدراسية } i}{\text{عدد المقيدات في مستوى السنة الدراسية } i} \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (14)$$

$$\therefore p_{1,EXP} = 0.007323, \\ p_{2,EXP} = 0.003831, p_{3,EXP} = 0.002925, p_{4,EXP} = 0.000544$$

3.3 احتمالات البقاء في نفس المستوى الدراسي (Staying In)

تعتبر الطالبة باقية في نفس مستوى السنة الدراسية في عام ما إذا لم تتمكن في هذا العام من اجتياز عدد الوحدات الذي يؤهلها للانتقال لمستوى السنة الدراسية اللاحقة في العام الدراسي التالي، ويوضح الجدول (6) أعداد الطالبات الباقيات في نفس مستوى السنة الدراسية ST.

جدول (6): أعداد الطالبات الباقيات في نفس المستوى الدراسي (ST)

مستوى السنة الدراسية الرابعة	مستوى السنة الدراسية الثالثة	مستوى السنة الدراسية الثانية	مستوى السنة الدراسية الأولى	العام الدراسي
-	-	-	37	2000/1999
-	-	47	33	2001/2000
-	24	57	48	2002/2001
611	31	70	44	2003/2002
677	28	70	66	2004/2003
871	44	91	80	2005/2004

سهولة الفهرود

1094	59	121	97	2006/2005
1329	57	120	102	2007/2006
1402	63	150	128	2008/2007
1345	76	137	-	2009/2008
1611	92	-	-	2010/2009
1442	-	-	-	2011/2010
10382	474	863	635	المجموع

احتمال البقاء في مستوى السنة الدراسية i هو $(p_{i,ST})$:

$$p_{i,ST} = \frac{\text{عدد الباقيات في مستوى السنة الدراسية } i}{\text{عدد المقيدات في مستوى السنة الدراسية } i} : i$$

$$= 1, 2, 3, 4 \quad \dots \dots \dots (15)$$

$$\therefore p_{1,ST} = 0.037804, p_{2,ST} = 0.089356, p_{3,ST} = 0.055452, p_{4,ST} = 0.513021$$

أي أن ما يقارب 51% من طالبات مستوى السنة الدراسية الرابعة لا يتخرجن وإنما يبقين في نفس المستوى.

3.4 احتمالات الانتقال بين المستويات الدراسية

بناءً على النتائج التي تم التوصل إليها في المعادلات (11) - (15) السابقة يمكن احتساب احتمال الانتقال بين المستويين الدراسيين (i) و $(i + 1)$ وهو ما يعبر عنه اختصاراً $p_{i,i+1}$:

$$p_{i,i+1} = 1 - [p_{i,T.out} + p_{i,D} + p_{i,EXP} + p_{i,ST}] : i = 1, 2$$

$$\dots \dots \dots (16)$$

وبمعرفة أن احتمال الانتقال من مستوى السنة الدراسية الثالثة لحالة التخرج $3,G = 0.001989$ كما ظهر في (10)، فإنه يمكن إيجاد احتمال الانتقال من مستوى السنة الدراسية الثالثة إلى الرابعة $3,4$ كالتالي:

$$p_{3,4} = 1 - [p_{3,T.out} + p_{3,D} + p_{3,EXP} + p_{3,ST} + p_{3,G}]$$

$$\dots \dots \dots (17)$$

وكذلك يمكن إيجاد احتمال الانتقال من مستوى السنة الدراسية الرابعة لحالة التخرج من الكلية $4,G$ على النحو التالي:

$$p_{4,G} = 1 - [p_{4,T.out} + p_{4,D} + p_{4,EXP} + p_{4,ST}]$$

$$\dots \dots \dots (18)$$

تطبيق سلاسل ماركوف الماصة لتحليل حركة الطالبات وتقدير زمن البقاء في كلية التربية الأساسية...

وعليه تكون احتمالات الانتقال كما يلي:

من مستوى السنة الدراسية	إلى مستوى السنة الدراسية	احتمال الانتقال
الأولى	الثانية	$p_{1,2} = 0.948920$
الثانية	الثالثة	$p_{2,3} = 0.903499$
الثالثة	الرابعة	$p_{3,4} = 0.938698$
من مستوى السنة الدراسية	إلى حالة	احتمال الانتقال
الثالثة	التخرج	$p_{3,G} = 0.001989$
الرابعة	التخرج	$p_{4,G} = 0.486287$

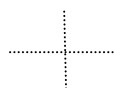
وهو ما يعني أن أعلى نسبة لانتقال الطالبات بين المستويات الدراسية هي من مستوى السنة الدراسية الأولى إلى الثانية وتعادل 95% تقريباً، وأقلها هي من مستوى السنة الدراسية الرابعة لمرحلة التخرج وتعادل 49% تقريباً كما ظهر في (10).

3.5 مصفوفة الانتقال (P)

بناءً على ما تقدم في (4) تكون مصفوفة الانتقال (P) وهي مصفوفة مربعة من الرتبة

(9 × 9) كالتالي:

$$P = \begin{bmatrix} Q & R \\ 0 & I \end{bmatrix}$$



حيث:

Q: هي مصفوفة الانتقال بين الحالات غير الماصة من الرتبة 5×5.

R: هي مصفوفة الانتقال من حالة غير ماصة إلى حالة ماصة من الرتبة 5×4.

0: هي المصفوفة الصفيرية وتمثل احتمالات الانتقال من حالة ماصة إلى حالة غير ماصة

من الرتبة 4×5.

I: هي مصفوفة الوحدة وتمثل احتمالات البقاء ضمن الحالة الماصة من الرتبة 4×4.

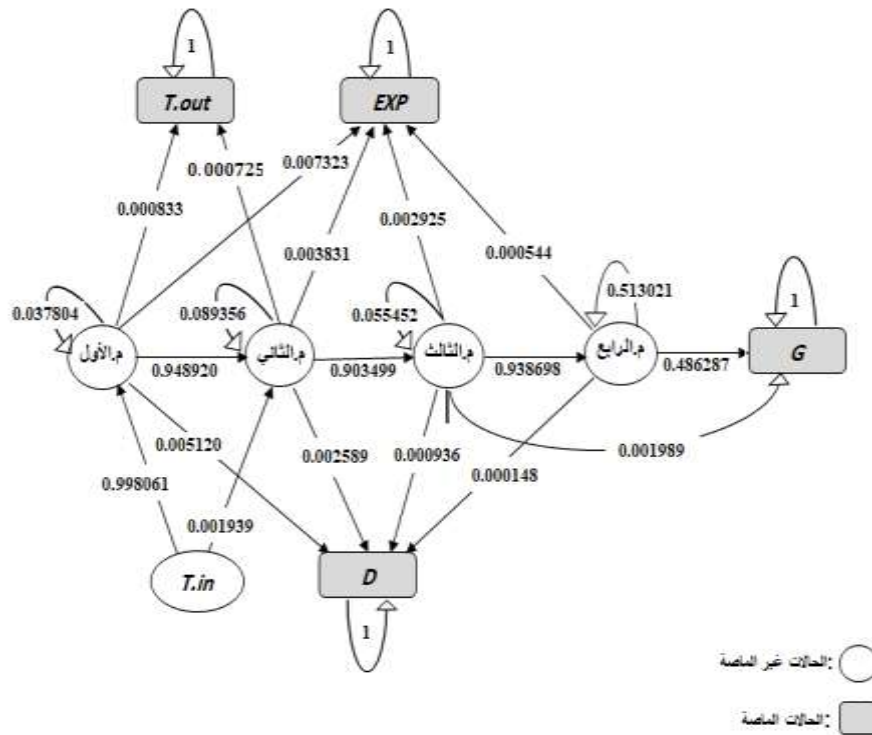
شكل (1): مصفوفة الانتقال (P)

	L_1	L_2	L_3	L_4	$L_{T.in}$	$L_{T.out}$	L_D	L_{EXP}	L_G
L_1	0.037804	0.948920	0	0	0	0.000833	0.005120	0.007323	0
L_2	0	0.089356	0.903499	0	0	0.000725	0.002589	0.003831	0
L_3	0	0	0.055452	0.938698	0	0	0.000936	0.002925	0.001989
L_4	0	0	0	0.513021	0	0	0.000148	0.000544	0.486287
$P = L_{T.in}$	0.998061	0.001939	0	0	0	0	0	0	0
$L_{T.out}$	0	0	0	0	0	1	0	0	0
L_D	0	0	0	0	0	0	1	0	0
L_{EXP}	0	0	0	0	0	0	0	1	0
L_G	0	0	0	0	0	0	0	0	1

(19)

ويمكن تمثيل ذلك بيانياً بواسطة مخطط احتمالات الانتقال كما هو موضح في شكل (2).

شكل (2) مخطط احتمالات الانتقال



تطبيق سلاسل ماركوف الماصة لتحليل حركة الطالبات وتقدير زمن البقاء في كلية التربية الأساسية...

3.5.1 المصفوفة الأساسية لسلسلة ماركوف الماصة (F)

ومن خلال مصفوفة الانتقال (P) الموضحة في (19) يمكن إيجاد المصفوفة الأساسية لسلسلة ماركوف الماصة F كالتالي:

$$F = (I - Q)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.037804 & 0.948920 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.089356 & 0.903499 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.055452 & 0.938698 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.513021 & 0 \\ 0.998061 & 0.001939 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$F = (I - Q)^{-1} = \begin{bmatrix} 1.039289 & 1.082972 & 1.035908 & 1.996810 & 0 \\ 0 & 1.098124 & 1.050401 & 2.024747 & 0 \\ 0 & 0 & 1.058707 & 2.040759 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.053477 & 0 \\ 1.037274 & 1.083002 & 1.035936 & 1.996864 & 1 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (20)$$

وعليه يمكن استخلاص المصفوفة M والتي تمثل متوسط الزمن حتى الامتصاص بدءاً من الحالات غير الماصة حتى الوصول للحالة الماصة، وكذلك مصفوفة الانتقال B من الحالات غير الماصة إلى الحالات الماصة كما يلي:

3.5.2 مصفوفة متوسط الزمن حتى الامتصاص بدءاً من الحالات غير الماصة (M)

بناءً على ما تقدم في (6) يمكن إيجاد المصفوفة M كما يلي:

$$M = F \times I = (I - Q)^{-1} \times I = \begin{bmatrix} 1.039289 & 1.082972 & 1.035908 & 1.996810 & 0 \\ 0 & 1.098124 & 1.050401 & 2.024747 & 0 \\ 0 & 0 & 1.058707 & 2.040759 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.053477 & 0 \\ 1.037274 & 1.083002 & 1.035936 & 1.996864 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 5.154979 \\ 4.173272 \\ 3.099466 \\ 2.053477 \\ 6.153076 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (21)$$

سهولة الفرهود

ويتبين من خلال المصفوفة (21) أن متوسط زمن البقاء التراكمي المتوقع لطلقات كل مستوى دراسي في كلية التربية الأساسية لحين حصولهن على درجة البكالوريوس كالتالي:
جدول (7): متوسط زمن البقاء التراكمي المتوقع لطلقات كلية التربية الأساسية لحين التخرج

متوسط زمن البقاء التراكمي تقريباً	متوسط زمن البقاء التراكمي	مستوى السنة الدراسية
خمس سنوات	5.15	الأولى
أربع سنوات	4.17	الثانية
ثلاث سنوات	3.10	الثالثة
سنتان	2.05	الرابعة
ست سنوات	6.15	المحولات إلى كلية التربية الأساسية

3.5.3 مصفوفة احتمالات الانتقال من الحالات غير الماصة إلى الحالات الماصة (B)

طبقاً للمعادلة (7) يتم إيجاد المصفوفة B كالتالي:

$$B = F \times R = (I - Q)^{-1} \times R$$

$$B = \begin{bmatrix} 1.039289 & 1.082972 & 1.035908 & 1.996810 & 0 \\ 0 & 1.098124 & 1.050401 & 2.024747 & 0 \\ 0 & 0 & 1.058707 & 2.040759 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.053477 & 0 \\ 1.037274 & 1.083002 & 1.035936 & 1.996864 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0.000833 & 0.005120 & 0.007323 & 0 \\ 0.000725 & 0.002589 & 0.003831 & 0 \\ 0 & 0.000936 & 0.002925 & 0.001989 \\ 0 & 0.000148 & 0.000544 & 0.486287 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.001651 & 0.009390 & 0.015876 & 0.973083 \\ 0.000796 & 0.004126 & 0.008381 & 0.986697 \\ 0 & 0.001293 & 0.004207 & 0.994500 \\ 0 & 0.000304 & 0.001117 & 0.998579 \\ 0.001649 & 0.009380 & 0.015861 & 0.973109 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (22)$$

وبناءً على المصفوفتين M و B الموضحتين في (21) و (22) تم التوصل إلى ما يلي:

- من خلال نتائج المصفوفة M والتي تبين متوسط زمن البقاء التراكمي المتوقع للطلقات لحين تخرجهن، تم حساب متوسط زمن البقاء الفعلي في كل مستوى دراسي على حدة.

تطبيق سلاسل ماركوف الماصة لتحليل حركة الطالبات وتقدير زمن البقاء في كلية التربية الأساسية...

- ومن نتائج المصفوفة **B** والتي توضح الاحتمالات التراكمية لتحويل الطالبات من الكلية وانسحابهن وفصلهن نهائياً لكل مستوى دراسي على حدة فقد تم احتساب الاحتمالات الفعلية المناظرة.

ويتضح ذلك من خلال الجدول الملخص التالي.

جدول (8): متوسط زمن البقاء المتوقع واحتمالات التحويل وسحب الأوراق والفصل النهائي (التراكمية

والفعلية) لطالبات الكلية خلال الأعوام الدراسية 2000/1999 - 2010/2011

مستوى السنة الدراسية	متوسط زمن البقاء المتوقع بالسنوات		الاحتمال بالألف			
			التحويل من الكلية		سحب الأوراق	
	التراكمي	الفعلي	التراكمي	الفعلي	التراكمي	الفصل النهائي الفعلي
الأولى	549795.1	17070.98	6511.	0.855	9.390	5.264
	خمس سنوات	سنة				7.495
الثانية	32724.17	8061.073	0.796	0.796	64.12	3 2.83
	أربع سنوات	سنة				1 8.38
الثالثة	94663.09	9891.045	0	0	1.293	0.989
	ثلاث سنوات	سنة				7 4.20
الرابعة	72.05347	72.05347	0	0	0.304	0.304
	سنتان	سنتان				1171.

3.6 قياس دقة التنبؤ

للتحقق من صدق النتائج التي تم التوصل إليها وجب متابعة الوضع الفعلي للطالبات في السنوات اللاحقة للدراسة ومقارنتها مع العدد المقدر طبقاً لما أسفرت عنه نتائج البحث، جدير بالذكر أنه سيتم التركيز على أعداد الخريجات باعتبارهن الغالبية العظمى حيث أن الحالات الماصة الأخرى مجتمعة وهي (التحويل، سحب الأوراق والفصل النهائي من الكلية) لا تتجاوز 1.1% من الطالبات.

ونظراً لأن أعداد الطالبات في المستويات الدراسية الأربع خلال آخر عام دراسي تحت الدراسة 2010/2011 كانت كالتالي:

أعداد الطالبات طبقاً لمستوى السنة الدراسية خلال العام 2010/2011			
الأولى	الثانية	الثالثة	الرابعة
1942	1702	1197	2936

سهولة الفهرود

فإن مصفوفة أعداد الطالبات في هذا العام هي:

$$V_{2010/2011} = [1942 \quad 1702 \quad 1197 \quad 2936]$$

وللحصول على المصفوفة E والخاصة بتقدير أعداد الحالات الماصة خلال السنوات اللاحقة

للدراصة يتم ضرب المصفوفة $V_{2010/2011}$ في المصفوفة B كما ظهر في (8) كالآتي:

$$E = V_{2010/2011} \times B$$

$$E = [1942 \quad 1702 \quad 1197 \quad 2936] \times \begin{bmatrix} 0.001651 & 0.009390 & 0.015876 & 0.973083 \\ 0.000796 & 0.004126 & 0.008381 & 0.986697 \\ 0 & 0.001293 & 0.004207 & 0.994500 \\ 0 & 0.000304 & 0.001117 & 0.998579 \end{bmatrix}$$

$$E = [4.561034 \quad 27.6981 \quad 53.41095 \quad 7691.32992] \dots \dots \dots (23)$$

3.6.1 تفسير نتائج المصفوفة E

تبين نتائج المصفوفة E أنه وخلال فترة زمنية يحددها متوسط زمن البقاء التراكمي المتوقع

لحين التخرج فإن إجمالي العدد المقدر للحالات الماصة سيكون على الترتيب التالي:

E
= [عدد حالات التخرج عدد حالات الفصل النهائي عدد حالات سحب الأوراق عدد حالات التحويل إلى خارج الكلية]
وعليه وبناءً على نتائج زمن البقاء M التي تم التوصل إليها في (21)، فإن المصفوفة E تعني أنه
خلال الأعوام الدراسية 2011/2012 - 2015/2016 سيكون إجمالي العدد المقدر للحالات
الماصة مقرباً لعدد صحيح كما يلي:

التخرج	الفصل النهائي	سحب الأوراق	التحويل إلى خارج الكلية
7691	53	28	5

وذلك كما هو موضح تفصيلاً في جدول (9).

جدول (9): تقدير كافة الحالات الماصة لطالبات العام الدراسي 2010/2011 وذلك خلال الأعوام

الدراسية الخمس اللاحقة للدراسة

مستوى السنة الدراسية خلال العام الدراسي 2010 /2011 2011	متوسط زمن البقاء التراكمي بالسنوات لحين التخرج	تقدير عدد حالات			
		العامين الدراسيين المتوقعين للتخرج	التخرج	الفصل	سحب الأوراق
الرابعة	2.05	2012/2011 2013/2012	2932	3	1
			0		

تطبيق سلاسل ماركوف الماصة لتحليل حركة الطالبات وتقدير زمن البقاء في كلية التربية الأساسية...

0	2	5	1190	2013/2012 2014/2013	3.10	الثالثة
2	7	14	1679	2014/2013 2015/2014	4.17	الثانية
3	18	31	1890	2015/2014 2016/2015	5.16	الأولى
5	28	53	7691	الإجمالي خلال الفترة 2012/2011 - 2016/2015		

ولقياس دقة نتائج التقدير خلال الفترة 2012/2011 - 2016/2015 نلاحظ من جدول (9) أن هناك تداخلاً في سنوات التخرج المتوقعة لكل مستوى حيث أن أي عدد في عمود التخرج هو نتاج تخرج مستوى السنة الدراسية المقابل في عامين دراسيين.

ونظراً لعدم إمكانية فرز العدد المقدر للخريجات في كل عام دراسي على حدة، لذا ستم مضاهاة إجمالي عدد الخريجات المقدر خلال الفترة 2012/2011 - 2016/2015 مع العدد الفعلي والمتوفر لدى مصدر البيانات خلال نفس الفترة وذلك كما هو موضح في جدول (10) ومن ثم قياس جودة التقدير باستخدام متوسط الأخطاء النسبية المطلقة $MAPE$ كما سبق توضيحه في (9).

جدول (10): مقارنة العدد الفعلي والمقدر لخريجات الكلية خلال خمس سنوات دراسية لاحقة للدراسة

متوسط الأخطاء النسبية المطلقة <i>Mean Absolute Percent Error</i>	إجمالي عدد الخريجات		الأعوام الدراسية
	المقدر \hat{Y}	الفعلي Y	
$MAPE = \left(\frac{1}{n} \times \sum \frac{ Y - \hat{Y} }{ Y } \right) \times 100\%$ $= \left(\frac{1}{5} \times \frac{ 7996 - 7691 }{ 7996 } \right) \times 100\%$ $= 0.763\%$	7691	7996	2012 / 2011 حتى 2016 / 2015

يتبين من جدول (10) ضالة قيم الأخطاء المرافقة لعملية التقدير إذ أن متوسط الأخطاء النسبية المطلقة لا يتجاوز 0.8%، وهذا يدل على ارتفاع دقة التنبؤ بمعنى أن الأعداد المقدرة للخريجات في الأعوام الدراسية الخمس قريبة جداً من الأعداد الفعلية، الأمر الذي يعني أن نموذج ماركوف المستنتج يعطي تنبؤات نموذجية للأعداد المتوقعة لخريجات الكلية مما يعكس كفاءته العالية في جانبي التحليل والتقدير.

4. النتائج والتوصيات:

تم في هذا البحث استخدام سلاسل ماركوف الماصة حيث خلص البحث إلى مجموعة من النتائج والتوصيات وذلك كما هو موضح في السياق التالي.

4.1 أهم النتائج:

1. تطابقت نتائج البحث مع الأهداف المرجوة منه.
2. نظراً لأهمية تحديد ودراسة العلاقة بين مخرجات الكلية وحاجات المجتمع بأسلوب رياضي دقيق ومناسب، فقد تم استخدام سلاسل ماركوف الماصة لهذا الغرض وتبين من خلال هذا البحث أنه الأسلوب الأنسب الذي يمكن بواسطته وضع خطة استراتيجية مستقبلية ملائمة لمدخلات ومخرجات الكلية حيث ثبتت قدرة وكفاءة النموذج المستنتج في تحليل حركة الطالبات في جميع المستويات الدراسية بكلية التربية الأساسية بدولة الكويت علاوة على تقدير متوسط زمن بقائهن ومن ثم التنبؤ بوضعهن في المستقبل.
3. نسبة التخرج السنوي تساوي 49% تقريباً، نصيب طالبات مستوى السنة الدراسية الثالثة منها 0.20% فقط.
4. احتمالات التحويل، سحب الأوراق والفصل النهائي من الكلية لطالبات كلية التربية الأساسية بدولة الكويت ضئيلة ولا تكاد تذكر، الأمر الذي يعني أن الغالبية العظمى من الطالبات في سبيلهن للتخرج إلا أنهن بحاجة لزمن بقاء أطول.
5. بلغت احتمالات الانتقال للطالبات من مستوى السنة الدراسية الأولى، الثانية، الثالثة إلى المستوى اللاحق 0.95، 0.90 و 0.94 على الترتيب ولا يتطلب الانتقال للمستوى الدراسي اللاحق لطالبات المستويات المذكورة في المتوسط أي أزمدة إضافية.
6. يعتبر تجاوز زمن البقاء لطالبات مستوى السنة الدراسية الرابعة في الكلية السبب الرئيس لضعف نسبة التخرج السنوي لطالبات الكلية إذ أنهن يحتجن في المتوسط إلى سنة إضافية لاستكمال متطلبات التخرج.
7. متوسط زمن البقاء التراكمي لطالبات مستوى السنة الدراسية الأولى، الثانية، الثالثة والرابعة على التوالي في كلية التربية الأساسية لحين حصولهن على درجة البكالوريوس هو 5 سنوات، 4 سنوات، 3 سنوات و 2 سنة تقريباً فيما بلغ للطالبات المحولات إلى الكلية 6 سنوات تقريباً.

4.2 أهم التوصيات:

- بعد تطبيق سلاسل ماركوف الماصة على طالبات كلية التربية الأساسية التابعة للهيئة العامة للتعليم التطبيقي والتدريب في دولة الكويت نوصي بالتالي:
1. ضرورة توفير البيانات التاريخية والحديثة والمتعلقة بكافة منتسبي الهيئة العامة للتعليم التطبيقي والتدريب وإتاحتها بصورة دقيقة وميسرة لأغراض البحث العلمي.

تطبيق سلاسل ماركوف الماصة لتحليل حركة الطالبات وتقدير زمن البقاء في كلية التربية الأساسية...

2. وجوب إجراء دراسة علمية تفصيلية وعميقة على طالبات مستوى السنة الدراسية الرابعة بالكلية للتعرف على أسباب الزيادة المضاعفة في زمن بقائهن والعمل على معالجتها.
3. قيام عمادات القبول في الجامعات والهيئات التابعة للتعليم العالي بتوظيف نتائج الأبحاث العلمية ذات العلاقة عند وضع سياسات القبول المستقبلية لمدخلاتها أخذاً في الاعتبار حركة الطلبة بين المستويات الدراسية، أعداد المخرجات المتوقعة واحتياجات المجتمع الحقيقية.
4. أهمية اعتماد متخذي القرار أسلوب سلاسل ماركوف لدراسة حركة الطلبة في كليات الهيئة وكذلك الكليات الأخرى بالدولة سواءً كان ذلك على مستوى الكليات إجمالاً أو على مستوى تخصص معين فيها حيث أنها تبين بدقة ووضوح متوسط زمن البقاء المستغرق لحين التخرج وكذلك احتمالات التخرج والفصل النهائي والتسرب الطلابي بأنواعه مما يسمح بتحقيق المواءمة بين مخرجات التعليم العالي وخطط التنمية.
5. تفعيل دور الباحثين العلميين - كل حسب اختصاصه ووفقاً لأسس علمية - لتزويد الجهات المعنية بالدولة بأعداد مخرجات التعليم العالي المتوقعة في السنوات القادمة حتى تتمكن من تحديد مقدار الفجوة بينها وبين احتياجات الدولة الفعلية من الوظائف المختلفة بما يسمح باتخاذ الإجراءات المناسبة لتكوين الوظائف وتخفيض الاستعانة بالوافدين.

المراجع:

أولاً: المراجع العربية

- الجراد، مطر وحמידان، عدنان (2004). "استخدام المصفوفة الماركوفية في تقدير زمن بقاء الطالب في كلية الاقتصاد بجامعة دمشق"، مجلة جامعة دمشق للعلوم الاقتصادية والقانونية، العدد 1، المجلد 20، 255-271.
- الشيخ، رجا (2007). "صفوف الانتظار لنماذج سلاسل ماركوف ذات الزمن المستمر وتطبيقاتها في مراكز الاتصالات"، رسالة دكتوراه، جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا، كلية العلوم، الخرطوم.
- الهيئة العامة للتعليم التطبيقي والتدريب (2003). "اللائحة الأساسية للدراسة بكليات التعليم التطبيقي (المعدلة)"، الهيئة العامة للتعليم التطبيقي والتدريب، الكويت.
- الهيئة العامة للتعليم التطبيقي والتدريب (2014). "الضوابط والمعايير المعدلة المنظمة للعمل في الفصل الصيفي بكليات الهيئة"، الهيئة العامة للتعليم التطبيقي والتدريب، الكويت.
- بوالسبت، عبدالقادر (2015). "استخدام سلاسل ماركوف Markov Chains في التنبؤ بإنتاجية القمح في الجزائر"، مجلة العلوم الانسانية، العدد 43، المجلد أ، 171-183.
- تاج، لطفي وسرحان، عمار (2007). "مقدمة في العمليات العشوائية"، جامعة الملك سعود، الرياض.

عكروش، محمد، دريبياتي، يسيرة و جلمودي، دارين (2017). "استخدام سلاسل ماركوف في دراسة تغيرات الأرقام القياسية لأسعار المستهلك في سورية"، مجلة جامعة البعث، العدد 55، المجلد 39، 179-207.

حسن، حسن (2013). "احتساب معدل العطل الكلي للمكانن واحتمالات الانتقال من حالة تشغيلية لأخرى باستخدام سلاسل ماركوف"، مجلة الغري للعلوم الاقتصادية والإدارية، العدد 29، المجلد 9، 141-157.

سلمان، ضوية وفاضل، سدير (2013). "دور البطاقة الذكية وسلاسل ماركوف التنبؤية في تنظيم أعداد المتقاعدين لمصرف الرشيد"، العلوم الاقتصادية، العدد 34، المجلد 9، 103-133.

سلمان، ماهر (2014). "التنبؤ باحتمالات تغير سعر صرف الدينار العراقي مقابل الدولار الأمريكي باستعمال سلاسل ماركوف للفترة (2008-2014)"، البنك المركزي العراقي، المديرية العامة للإحصاء والأبحاث، قسم بحوث السوق المالية.

قناوي، خالد (2007). "سلاسل ماركوف ذات الحالتين"، رسالة ماجستير، جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا، كلية العلوم، الخرطوم.

محمد، سهام، أحمد، أحمد وصبري، حسام (2010). "استخدام سلاسل ماركوف للتنبؤ بالأرقام القياسية لأسعار المستهلك في العراق"، مجلة ديالى للعلوم الصرفة، العدد 1، المجلد 6، 388-405.

ثانياً: المراجع الأجنبية

- Andersen, A., Nielsen, B. and Reinhardt, L. (2017). "Optimization of hospital ward resources with patient relocation using Markov chain modeling". European Journal of Operational Research, Vol. 260, No. 3, 1152-1163.
- Asadabadi, M (2017). "A customer based supplier selection process that combines quality function deployment, the analytic network process and a Markov chain", European Journal of Operational Research, Vol. 263, No. 3, 1049-1062.
- Asmussen, S. (2003). "Applied Probability and Queues", Springer-Verlag, Second Edition, New York, USA.
- Bermant, M., Semenov, L. and Suliskiy, V. (1973). "Mathematical Models and Educational Planning", Joint Publications Research Service.
- Chang, J. (1996). "Full Reconstruction of Markov Models on Evolutionary Trees: identifiability and consistency", Mathematical Biosciences, Vol. 137, 51-73.
- Hoel, P., Port, S. and Stone, C. (1972). "Introduction to Stochastic Processes", Houghton Mifflin Company, USA.
- Kreweras, G. (1972). "Graphes, Chaines de Markov et Quelques Applications Economique", Dalloz, Paris.
- Levin, D., Peres, Y. and Wilmer, E. (2008). "Markov Chains and Mixing Times", American Mathematical Society, USA.
- Parzen, E. (1960). "Modern Probability Theory and Its Applications", John Wiley and Sons, USA.
- Premaud, B. (2001). "Markov Chains: Gibbs Fields, Monte Carlo Simulation and Queues", Springer-Verlag, New York, USA.
- Weckesser, W. (2005). "Lecture Notes: Markov Chains", Colgate University, USA.