

استخدام البرمجة الخطية متعددة الأهداف لإيجاد أقصر مسار لنموذج مسألة النقل

The use of multi-objective linear programming To find the shortest path for the transport problem model

نهى عبد الكريم عودة شقليه

مساعد محاضر في كلية الآداب والعلوم جامعة المرقب - ليبيا

Nohakaremodaa@gmail.com

تاريخ الاستلام 14/12/2020 تاريخ القبول 21/3/2021

الملخص:

في هذا البحث تم الاهتمام بتكلفة نموذج النقل التي تعتمد على (حمولة النقل، والمسافة المطلوب النقل إليها)، ودراسة ثلاث نماذج لنقل سلعة ما من مصادرها إلى مراكز الطلب لها، تم حساب تكلفة نقلها بالطرق المعتادة لنماذج النقل باستخدام طريقة التوزيع المعدل ومقارنة تكلفة النقل باستخدام مشكلة أقصر مسار لشبكة اعتيادية مباشرة بالطريقة الحسابية اليدوية والحصول على أقصر مسار للشبكة الذي يناظر أقل تكلفة نقل وهي المثلى مقارنة بالطرق المعتادة لنماذج النقل.

الكلمات المفتاحية: نموذج النقل، أقصر مسار، التكلفة المثلى، المصدر، الطلب.

Abstract:

In this paper, we care about the cost of the transportation model that depends on (the transport load and the distance to be transport). And by studying three models for transferring some goods from its sources to its destination centers. The cost of transporting calculated using the usual methods of transportation methods by using the modified distribution method and comparing the transportation cost using the shorts path problem to regular network directly by the manual calculation method, and obtaining the shortest path to the network witch correspond to the lowest transmission cost witch is ideal compared to the usual methods of transport methods.

Keywords. Transportation model - shortest path - optimum cost- source – request.

نظراً لأهمية مشاكل النقل كأحد الأساليب الرياضية لمعالجة نوع معين من مشاكل البرمجة الخطية التي تتعلق بنقل سلعة معينة من عدة مصادر Sources إلى عدد من مراكز الطلب Destinations بأقل التكاليف Minimum Costs . فقد اهتم العديد من الباحثين لدراسة مشاكل النقل وإيجاد الحلول المثلى لها سواء من حيث التكلفة أو الوقت بعدة أساليب تطبيقية حيث اشارت دراسة (حسين ، وآخرون، 2012، ص 54-65) إلى دراسة تطبيقات البرمجة الخطية في نماذج النقل عند مراحل نقل متعددة ، كذلك اشارت دراسة (محمد، 2015، ص 104-119) إلى استعمال البرمجة الخطية لحل مشكلة النقل واختيار أمثلية الحل بالطريقة المعدلة ، وأشارت دراسة (بخيت، وعبود، 2018، ص 137-158) لحل مشكلة النقل الثلاثي الابعاد باستعمال البرمجة المتعددة الاهداف المضيقية. وأشارت دراسة (خضور، و شريط، 2018 ، ص 17-31) حول كيفية وضع نموذج رياضي من اجل تحديد مثلية مشكلة النقل باستخدام نموذج البرمجة الخطية متعددة الاهداف لدراسة حالة ميدانية ومقارنة النتائج باستخدام برنامج LINGO ، وقد تناول الباحثون (ابراهيم، و عباس، 2016، ص 275-287) طريقة النقطة الصفرية لحل مشكلة النقل وتمت مقارنتها مع طريقة روسيل التقريبية Russe's Approximation Method وهي طريقة لايجاد الحل المبدئي الممكن على اعتبار انها تعطي في معظم الحالات حلاً مثالياً أو قريباً من الحل المثالي ، وأشارت دراسة (عبد الرزاق، و عبد الغني، 2017، ص 457-472) لاستعمال البرمجة الخطية المتعددة الاهداف لايجاد اقصر مسار في شبكة ضبابية ونقل الادوية في شركة من مخزن إلى مستشفى بأقل وقت.

وعلى ضوء الدراسات والابحاث السابقة تم الاهتمام في هذا البحث بدراسة مشكلة أقصر مسار في الشبكات المباشرة لسهولة تطبيقه من رؤية الباحث وعدم استخدام حالة واقعية للتركيز على برمجة هذه المشكلة يدويا ولأنه يعد من اهم المشاكل التي تؤثر في امثلية الشبكات وذات اهمية كبيرة في حل مشاكل النقل ، وحيث أن بيانات الشبكة فيما يخص مشاكل النقل تعتمد على العنصر الاهم وهو التكلفة فإن استخدام أقصر مسار لايجاد اقل تكلفة مثلى يكون مناسب عملياً مقارنة بالطرق المستخدمة المعتادة لمشاكل النقل مثل طريقة التوزيع المعدل التي تم استخدامها في هذا البحث .

مشكلة البحث :

يمكن طرح المشكلة كالتالي :

(1) هل يمكن تحويل نماذج النقل من الصورة المعتادة إلى صورة نموذج البرمجة بالاهداف

وايجاد الحلول المثلى لها ؟

(2) هل يمكن تحقيق جميع قيود الطلب والعرض وكذلك قيود الموازنة ؟

استخدام البرمجة الخطية متعددة الأهداف لإيجاد أقصر مسار لنموذج مسألة النقل

الفرضية يمكن صياغتها كالتالي: ان تطبيق نموذج البرمجة بالاهداف باستخدام مشكل اقصر مسار من اجل الحصول على افضل تكلفة مثلى مناسب عملياً بغض النظر عن تحقيق جميع شروط الحل الممكن لنماذج النقل المعتادة .

من المفترض ان تكون نماذج النقل واقعية ولكن تتمثل مشكلة البحث في أنه كلما كان نموذج النقل كبير من حيث (حجم البيانات وأماكن التوزيع الواقعية) زادت عدد المسارات المتاحة باستخدام مشكلة اقصر مسار وصعوبة التطبيق يدوياً، وللتركز على اهمية مشكلة اقصر مسار قيد الدراسة للحصول على تكلفة مثلى ومدى كفاءتها لتحقيق شروط الحل الممكن لنماذج النقل كانت عملية التطبيق محاكاة. وسوف أقوم بدراسة لاحقة على نماذج واقعية باستخدام الحاسب الآلي .

أهداف البحث :

1. تحويل نماذج النقل من صورة برمجة خطية التي تسعى إلي هدف واحد وهو تقليل التكلفة إلي صورة مشاكل التحليل الشبكي كنماذج رياضية خطية يمكن معالجتها بأحد أساليب البرمجة الخطية متعددة الاهداف باستخدام أقصر مسار لشبكة مسارات مباشرة والوصول إلي تكلفة مثلى بحسابات يدوية دقيقة .
2. مشكلة أقصر مسار هي برمجة بالأهداف تساعدنا على اتخاذ القرارات المتعلقة بتوزيع ونقل الموارد المتاحة لتحقيق عدة أهداف مختلفة (أقل تكلفة - أقل وقت - أقل جهد - أقل امكانيات ... الخ)
3. مشكلة النقل كغيرها من المشاكل تعاني منها المؤسسات الاقتصادية وتشكل المبالغ التي تنفق عليها نسبة كبيرة من تكلفة الانتاج أو البيع لهذا السبب نجد مؤسسات الانتاج والاقتصاد تولي هذه الوظيفة أهمية كبيرة ، علماً بأنه يمكن أن تلحق المؤسسات بخسائر فادحة إذا حصل أي إخفاق في عملية النقل لذلك يتطلب الأمر وضع خطط وسياسات ملائمة وحديثة لوظيفة النقل من أجل الحصول على أمثلية التكلفة .

الدراسات السابقة :

1. دراسة (خضور، و شريط، 2018 ، ص 17-31):

اشارت هذه الدراسة حول كيفية وضع نموذج رياضي من أجل تحديد أمثلية مشكلة النقل باستخدام نموذج البرمجة بالاهداف في تعاونية الحبوب والخضار والجافة التي تعتبر احدى المؤسسات الوطنية التي تقوم بتخزين ونقل القمح من المخاون إلي المطاحن، واستخدام برنامج LINGO.17 وقد اثبتت نتائج الدراسة ان استخدام الاساليب الكمية ومن بينها اسلوب البرمجة بالاهداف من شأنه ان يساعد متخذ القرار للوصول إلي حلول افضل لمشكلة الدراسة .

2. دراسة (بخيت، وعبود، 2018، ص 137-158):

أشارت هذه الدراسة إلى بناء نموذج رياضي خاص بمشكلة النقل ثلاثي الابعاد الذي يكون فيه نقل السلع غير متجانسة وتم استعمال اسلوب البرمجة المتعددة الاهداف الضبابية وتم ايضا استعمال نوعين من دوال الانتماء وهي الخطية والاسية ، ولقد اكدت الدراسة كفاءة هذا النموذج في خفض تكاليف واوقات النقل الاجمالية ، كذلك افضلية دالة الانتماء الخطية على دالة الانتماء الاسية في خفض التكاليف الكلية للنقل .

3. دراسة (عبد الرزاق، و عبد الغني، 2017، ص 457-472):

أشارت هذه الدراسة إلى ايجاد اقصر مسار (الاقل وقتاً) في شبكة ضبابية لنقل الادوية من مخزن الاسكان إلى مستشفى الامل للاورام السرطانية في مدينة بغداد وذلك باستخدام اسلوب البرمجة الخطية المتعددة الاهداف.

4. دراسة (ابراهيم، و عباس، 2016، ص 275-287):

أشارت هذه الدراسة إلى تطبيق نموذج رياضي لحل مشكلة نقل منتج النفط الاسود مع تحديد اقصى وقت ممكن لنقله ضمن حدود العرض والطلب بين مصادر التجهيز ومصادر الاستهلاك بأقل التكاليف الممكنة لنقله وباستخدام طريقة النقطة الصفية ومقارنتها مع طريقة روسيل التقريبية. وقد اكدت هذه الدراسة ان طريقة النقطة الصفية ذات فاعلية وسهولة التطبيق وافضل طريقة مقارنة مع طريقة روسيل التقريبية.

5. دراسة (محمد، 2015، ص 104-119):

أشارت هذه الدراسة حل مشكلة النقل باستخدام مدخل بحوث العمليات لاربعة طرق لتحديد الحل لمشكلة النقل المتوازن طريقة الركن الشمالي الغربي ، طريقة أقل التكاليف ، طريقة فوجل التقريبية ، والطريقة المعدلة (المجموع الاقل للتكاليف) وهي الطريقة المقترحة من قبل الباحث اعطت نتائج مشابهة لنتائج طريقة فوجل التقريبية إلا انها افضل من حيث اجراءات الحل واعتمد الباحث على طريقة التوزيع المعدل لاختبار امتلية الحل للطريقة المقترحة .

6. دراسة (حسين ، وآخرون، 2012، ص 54-65):

تناولت هذه الدراسة تطبيقات البرمجة الخطية في نماذج النقل وخصوصاً عند وجود مراحل نقل متعددة Multi Stages حيث تم التنبؤ بالطلب على منتج الحليب الجاف ومن ثم بناء نموذج رياضي لمشكلة النقل حيث تعجز طرق النقل الاعتيادية عن حل نموذج نقل لعدة مراحل ، وقد تم استخدام تحليل الحساسية Sensitivity Analysis لاجداد الكميات المثلى المنقولة وبأقل كلفة ممكنة وقد تم التطبيق في شركة المها التجارية المحدودة في جمهورية العراق - مدينة بغداد .

التعليق على الدراسات السابقة :

من خلال الدراسات والأبحاث السابقة يتبين أن :

1. مما سبق عرضه من دراسات وبحوث وجد أن بعض الدراسات استخدمت أسلوب البرمجة الخطية المتعددة الأهداف كدراسة (خضور، و شريط، 2018 ، ص 17-31)، دراسة (بخيت، وعبود، 2018، ص 137-158) و دراسة (عبد الرزاق، و عبد الغني، 2017، ص 457-472) .
2. بعض الدراسات استخدمت أسلوب البرمجة الخطية الكلاسيكية كدراسة (محمد، 2015، ص 104-119) باستخدام مدخل بحوث العمليات وطرق النقل التقليدية المعتادة، ودراسة (حسين ، وآخرون، 2012، ص 54-65) باستخدام طرق التنبؤ الموسمية حيث تعجز طرق النقل الاعتيادية عن حل نموذج نقل لعدة مراحل .
3. بعض الدراسات استخدمت البرمجيات الحديثة كدراسة (خضور، و شريط، 2018 ، ص 17-31) استخدمت برنامج 17. LINGO ودراسة (حسين ، وآخرون، 2012، ص 54-65) استخدمت برنامج WINQSB .
4. بعض الدراسات رجحت المعالم الضبابية لحل مشاكل النقل بكفاءة عالية كدراسة (بخيت، وعبود، 2018، ص 137-158) باستعمال البرمجة الخطية المتعددة الأهداف المضببة ودراسة (عبد الرزاق، و عبد الغني، 2017، ص 457-472) البرمجة الخطية المتعددة الأهداف لإيجاد أقصر مسار في شبكة ضبابية .
5. بعض الدراسات استخدمت طرق مقترحة حديثة كدراسة (محمد، 2015، ص 104-119) تسمى الطريقة المعدلة تعتمد على المجموع الأقل للتكاليف وهي لإيجاد الحل المبدئي الممكن ودراسة (ابراهيم، وعباس، 2016، ص 275-287) تسمى طريقة النقطة الصفرية لحل مشكلة النقل وتمت مقارنتها مع طريقة روسيل التقريبية لإيجاد الحل المبدئي الممكن .
6. الدراسة المشابهة لدراستي كانت (ابراهيم، و عباس، 2016، ص 275-287) لاستعمال البرمجة الخطية المتعددة الأهداف لإيجاد أقصر مسار بأقل وقت ولكن بشبكة ضبابية المعالم بدلاً من الاعداد الحقيقية على أساس ان صانع القرار لديه شكوك حول البيانات المتمثلة في الوقت والمسافة والتكلفة ومن رؤية الباحث ان استخدام مشكلة أقصر مسار في شبكة اعتيادية مباشرة يكون أفضل على افتراض ان صانع القرار يكون متأكد من البيانات في الشبكة ، ومن رؤية الباحث على الأرجح أن تكون المقارنة بين طريقة النقطة الصفرية واحدى الطرق المعتادة المحسنة للحل المبدئي الممكن مثل طريقة التخطي أو طريقة التوزيع المعدل. والجدير بالذكر إن إجراءات الحل بطريقة النقطة الصفرية لا تختلف عن الطرق التقليدية المعتادة لنماذج النقل

نهى شقليه

التي تحتاج إلى إجراءات عديدة وشاقة ، بالإضافة إلى أنها تحتاج إلى تطبيق مرحلتين الحل المبدئي ومرحلة تحسين الحل للوصول للأمتلية وعند استخدامها لنماذج النقل قيد دراستي تم التوصل إلى نفس تكلفة الحل بطريقة التوزيع المعدل.

الجانب النظري :

تم دراسة ثلاث مسائل نقل مختلفة بياناتها محاكاة من حيث عدد المتغيرات وعدد القيود لنقل السلع من المصادر (مثلا المصانع) إلى مراكز الطلب (مثلا المخازن) وبافتراض m من المصادر و n من مراكز الطلب ، فإن الهدف الأساسي هو تحديد خطة لنقل الوحدات من المصدر إلى مركز الطلب بحيث تكون تكلفة النقل أقل ما يمكن . ولتكن S_i عدد وحدات التجهيز المطلوبة عند المصدر i (حيث $i=1,2,3,\dots,m$) ، d_j هي عدد وحدات الطلب المطلوبة عند مركز الطلب j (حيث $j=1,2,3,\dots,n$) وتمثل C_{ij} تكلفة نقل الوحدة الواحدة من المصدر i إلى مركز الطلب j ، X_{ij} تمثل عدد الوحدات المنقولة من المصدر i إلى مركز الطلب j فإن نموذج البرمجة الخطية لمشكلة النقل سيكون بالصورة التالية :

$$\text{Minimize : } z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

$$\text{Subjectto : } \sum_{i=1}^m X_{ij} = d_j \quad j=1,2,\dots,n$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = S_i \quad i=1,2,\dots,m$$

$$X_{ij} \geq 0$$

في هذا البحث نعتبر أن نماذج النقل متوازنة بحيث يكون التجهيز الكلي من المصادر يساوي الطلب الكلي لمراكز الطلب $\sum_{i=1}^m S_i = \sum_{j=1}^n d_j$ وإذا لم تكن مشاكل النقل متوازنة فيتم معالجتها بإجراء عملي لتحقيق الاتزان لهذا النموذج واستخدام الطرق المعتادة لإيجاد الحل المبدئي الممكن لنماذج النقل مثل طريقة الركن الشمالي الغربي ، وطريقة أقل التكاليف أو طريقة فوجل التي تحقق شروط الحل الممكن :

1. اكتفاء الصفوف m .

2. اكتفاء الأعمدة n .

3. المستخدم في الحل يحقق القاعدة $(m+n-1)$.

• **طريقة الركن الشمالي الغربي North West –Corner Method.**

تعتبر هذه الطريقة من أسهل الطرق لإيجاد الحل المبدئي الممكن لنموذج النقل حيث تبدأ عملية إيجاد الحل المبدئي من الزاوية الشمالية الغربية ولذلك سميت بهذا الأسم ولكن هذا الحل غالباً ما يحتاج إلي تحسين لأن هذه الطريقة لا تعتمد على عنصر التكلفة .

• **طريقة أقل التكاليف Minimum – Cost Method .**

هذه الطريقة تستخدم لإيجاد الحل المبدئي الممكن لنموذج النقل ولأنها تعتمد على مشاهدة قيم التكلفة واختيار أقل تكلفة ممكنة فغالباً ما يكون الحل أمثل أو يحتاج إلي دورات قليلة.

• **طريقة فوجل التقريبية Vogel's Approximation Method.**

وهي الطريقة الافضل لإيجاد الحل المبدئي الممكن لنموذج النقل من سابقتها لما تتميز به من السرعة في الوصول إلي الحل الأمثل أو الحل القريب من الأمثلية ولكنها تحتاج إلي عمليات حسابية أطول مما تحتاجه طريقتا الركن الشمالي الغربي وأقل التكاليف ولاختبار أمثلية الحل يمكن استخدام طريقتان هما :

• **طريقة التخطي The Stepping Stone Method .**

• **طريقة التوزيع المعدل Modified Distribution Method .**

قمت باستخدام طريقة التوزيع المعدل وهي تعتمد على الخاصية الثنائية لصياغة معادلات خطية لمشكلة النقل وذلك بفرض u_i لكل صف من العرض (حيث $i=1,2,...,m$) و v_j لكل عمود من أعمدة الطلب (حيث $j=1,2,...,n$) ولكل مربع من المربعات المستخدمة فإن $C_{ij} = u_i + v_j$ حيث C_{ij} تمثل تكلفة النقل للمربع (i, j) ويتم تقييم المربعات غير المستخدمة كالتالي:

$D_{ij} = C_{ij} - u_i - v_j$ حيث D_{ij} هو مقدار تحسين الحل أو نتيجة تقييم المربعات غير المستخدمة وإذا كان ناتج التقييم موجب أو أصفار فنكون قد وصلنا للحل الأمثل لنموذج النقل وإذا كان سالب فهناك حل أفضل من الحل الحالي وهكذا نستمر حتى نصل إلي الحل الأمثل وبتحويل نموذج مشكلة النقل إلي شبكة من المسارات المباشرة واستخدام مشكلة أقصر مسار لإيجاد التكلفة المثلى بالطرق اليدوية لظهور مدى كفاءة مشكلة أقصر مسار بتحقيق شروط الحل الممكن للطرق المعتادة لنماذج النقل والتي يمكن حلها باستخدام البرمجيات الحديثة .

الجانب التطبيقي:

تطبيق شبكة أقصر مسار على نماذج النقل بحيث تم نمذجتها كمشاكل أمثلية الشبكات وحلها بفاعلية ودقة حتى يتم الوصول لأمثلية الحل . وتتكون الشبكة من نقاط تسمى مصادر A_i

نهى شقليه

تمثل الصفوف في نموذج النقل حيث $(i = 1, 2, \dots, m)$ يتم نقلها وتوزيعها إلى نقاط تسمى مراكز الطلب B_j تمثل الأعمدة في نموذج النقل حيث $(j = 1, 2, \dots, n)$ وخطوط مباشرة في اتجاه واحد تسمى بالأقواس أو المسارات ، ويبدأ التطبيق وفق القاعدة $(2^n - 1)$ لحساب عدد المسارات المتاحة لكل صف (حيث n هي عدد الأعمدة) وتكوين معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة ممكنة لكل صف من صفوف نموذج النقل ، ومنها يتم تحديد التكلفة المثلى للمسار وعندما ننتهي من حساب التكلفة المثلى لكل الصفوف نكون قد وصلنا للحل الأمثل لمسألة نموذج النقل باستخدام أمثلية أقصر مسار .

مسألة النقل الأولى. إذا كان لدينا مسألة النقل التالية :

عدد الصفوف لها $m=3$ و عدد الأعمدة لها $n=3$

	B_1	B_2	B_3	
A_1	<div>7</div>	<div>6</div>	<div>3</div>	40
A_2	<div>1</div>	<div>4</div>	<div>2</div>	50
A_3	<div>5</div>	<div>3</div>	<div>6</div>	30
	60	40	20	

نموذج (1) مسألة النقل الأولى

يتم إيجاد الحل المبدئي لها بإحدى الطرق المعتادة وهي زاوية أقصى الشمال الغربي، طريقة أقل التكاليف أو طريقة فوجل والوصول إلى الحل الأمثل بطريقة التوزيع المعدل.

	B_1	B_2	B_3	
A_1	<div>10</div> <div>7</div>	<div>10</div> <div>6</div>	<div>20</div> <div>3</div>	40
A_2	<div>50</div> <div>1</div>	<div></div> <div>4</div>	<div></div> <div>2</div>	50
A_3	<div></div> <div>5</div>	<div>30</div> <div>3</div>	<div></div> <div>6</div>	30
	60	40	20	

نموذج (2) الحل الأمثل لمسألة النقل الأولى

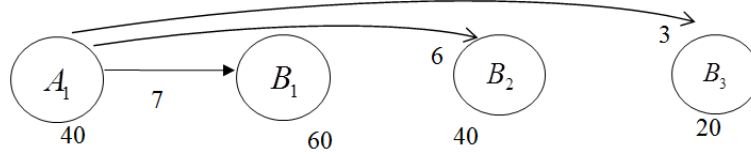
وتكلفة الحل الأمثل لنموذج مسألة النقل هي :

$$330 = 3 \times 30 + 1 \times 50 + 3 \times 20 + 6 \times 10 + 7 \times 10$$

استخدام البرمجة الخطية متعددة الأهداف لإيجاد أقصر مسار لنموذج مسألة النقل

سوف نستخدم طريقة أقصر مسار لحل مسألة النقل وذلك بفك النموذج إلى ثلاثة صفوف وأيجاد أقل تكلفة مثلى لكل صف ومقارنتها بالحل الأمثل لنموذج مسألة النقل وهل الحل الذي يتم الوصول إليه يحقق شروط الحل الممكن لنموذج مسألة النقل ؟ أم لا. وللإجابة على هذا السؤال سوف نبدأ التطبيق وفق القاعدة $2^n - 1$ وهي لحساب عدد المسارات المتاحة لكل صف حيث n هي عدد الأعمدة .

لهذه المسألة ثلاثة أعمدة بالتالي $(2^3 - 1 = 7)$ عدد المسارات المتاحة لكل صف ويتم حساب أقل تكلفة ممكنة لكل مسار بفرض المتغير x للعمود الأول والمتغير y للعمود الثاني والمتغير z للعمود الثالث ويرمز لمعادلة المسار $(P.E)$ كما هو موضح في جدول (1) التالي:

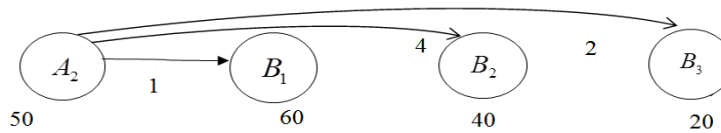


شكل (1) مسارات الصف الأول

جدول (1) أقل تكلفة لمسارات الصف الأول

المسار	معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة ممكنة	أقل تكلفة للمسار
$A_1 B_1$	$P.E = 7x$, $x=40$	280
$A_1 B_2$	$P.E = 6y$, $y=40$	240
$A_1 B_3$	$P.E = 3z$	غير متاحة للقيمة المفروضة
$A_1 B_2 + A_1 B_1$	$P.E = 7x + 6y$	240
$A_1 B_3 + A_1 B_1$	$P.E = 7x + 3z$, $x=20$, $z=20$	200
$+ A_1 B_3 A_1 B_2$	$P.E = 6y + 3z$, $y=20$, $z=20$	180
$+ A_1 B_2 + A_1 B_3 A_1 B_1$	$P.E = 7x + 6y + 3z$ $, x=0, y=20, z=20$	180

التكلفة المثلى هي المسار $A_1 B_2 + A_1 B_3$ يعطي قيمة 180 دينار للصف الأول .

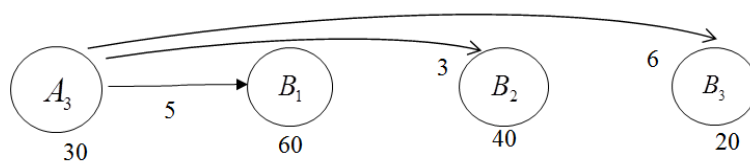


شكل (2) مسارات الصف الثاني

جدول (2) أقل تكلفة لمسارات الصف الثاني

المسار	معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة ممكنة	أقل تكلفة للمسار
$A_2 B_1$	$50P.E=x$, $x=$	50
$A_2 B_2$	$y4P.E=$	غير متاحة للقيمة المفروضة
$A_2 B_3$	$P.E=2z$	غير متاحة للقيمة المفروضة
$A_2 B_2 + A_2 B_1$	$P.E=x+4y$, $x=50$, $y=0$	50
$A_2 B_3 + A_2 B_1$	$0P.E=x+2z$, $x=50$, $z=$	50
$+ A_2 B_3 A_2 B_2$	$P.E=4y+2z$, $y=30$, $z=20$	160
$+ A_2 B_2 + A_2 B_3 A_2 B_1$	$P.E=x+4y+2z$, $x=50$, $y=0, z=0$	50

التكلفة المثلى هي المسار $A_2 B_1$ يعطي قيمة 50 دينار للصف الثاني



شكل (3) مسارات الصف الثالث

جدول (3) أقل تكلفة لمسارات الصف الثالث

المسار	معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة ممكنة	أقل تكلفة للمسار
$A_3 B_1$	$P.E=5x$, $x=30$	150
$A_3 B_2$	$P.E=3y$, $y=30$	90
$A_3 B_3$	$P.E=6z$	غير متاحة للقيمة المفروضة
$A_3 B_2 + A_3 B_1$	$P.E=5x+3y$, $x=0$, $y=30$	90
$A_3 B_3 + A_3 B_1$	$P.E=5x+6z$, $x=30$, $z=0$	150
$+ A_3 B_3 A_3 B_2$	$P.E=3y+6z$, $y=30$, $z=0$	90
$+ A_3 B_2 + A_3 B_3 A_3 B_1$	$P.E=5x+3y+6z$, $x=0, y=30, z=0$	90

التكلفة المثلى هي المسار $A_3 B_2$ يعطي قيمة 90 دينار للصف الثالث.

استخدام البرمجة الخطية متعددة الأهداف لإيجاد أقصر مسار لنموذج مسألة النقل

مسألة النقل الثانية. إذا كان لدينا مسألة النقل التالية :

عدد الصفوف لها $m=3$ و عدد الاعمدة لها $n=4$

	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	5	4	3	1	20
A_2	7	1	10	2	15
A_3	3	9	8	7	20
	15	10	15	15	

نموذج (3) مسألة النقل الثانية

والحل الأمثل لها بالطرق المعتادة الذي يحقق شروط الحل الممكن لنموذج مسألة النقل .

	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	5	4	10	10	20
A_2	7	10	1	10	15
A_3	15	3	9	5	20
	15	10	15	15	

نموذج (4) الحل الأمثل لمسألة النقل الثانية

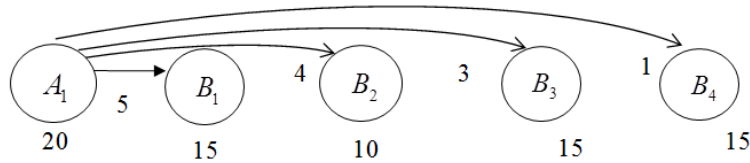
وتكلفة الحل الأمثل لنموذج مسألة النقل هي :

$$145 = 8 \times 5 + 3 \times 15 + 2 \times 5 + 1 \times 10 + 1 \times 10 + 3 \times 10$$

لهذه المسألة أربعة أعمدة بالتالي $(2^4 - 1 = 15)$ عدد المسارات المتاحة لكل صف ويتم حساب أقل

تكلفة ممكنة لكل مسار بفرض المتغير x للعمود الأول والمتغير y للعمود الثاني والمتغير z للعمود

الثالث والمتغير w للعمود الرابع كما هو موضح في جدول (4) التالي :



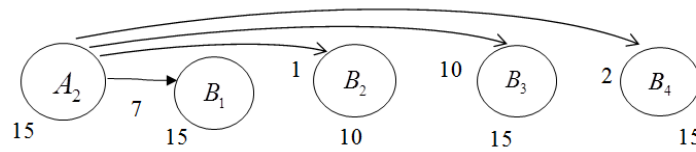
شكل (4) مسارات الصف الأول

نهى شقليه

جدول (4) أقل تكلفة لمسارات الصف الأول

المسار	معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة ممكنة	أقل تكلفة للمسار
$A_1 B_1$	$P.E=5x$	غير متاحة
$A_1 B_2$	$P.E=4y$	غير متاحة
$A_1 B_3$	$P.E=3z$	غير متاحة
$A_1 B_4$	$P.E=w$	غير متاحة
$A_1 B_1 + A_1 B_2$	$P.E=5x+4y$, $x=10$, $y=10$	90
$A_1 B_1 + A_1 B_3$	$P.E=5x+3z$, $x=5$, $z=15$	70
$A_1 B_1 + A_1 B_4$	$P.E=5x+w$, $x=5$, $w=15$	40
$A_1 B_2 + A_1 B_3$	$P.E=4y+3z$, $y=5$, $z=15$	65
$A_1 B_2 + A_1 B_4$	$P.E=4y+w$, $y=5$, $w=15$	35
$A_1 B_3 + A_1 B_4$	$P.E=3z+w$, $z=5$, $w=15$	30
$A_1 B_1 + A_1 B_2 + A_1 B_3$	$P.E=5x+4y+3z$, $x=0$, $y=5$, $z=15$	65
$A_1 B_1 + A_1 B_2 + A_1 B_4$	$P.E=5x+4y+w$, $x=0$, $y=5$, $w=15$	35
$A_1 B_1 + A_1 B_3 + A_1 B_4$	$P.E=5x+3z+w$, $x=0$, $z=5$, $w=15$	30
$A_1 B_2 + A_1 B_3 + A_1 B_4$	$P.E=4y+3z+w$, $y=0$, $z=5$, $w=15$	30
$A_1 B_1 + A_1 B_2 + A_1 B_3 + A_1 B_4$	$P.E=5x+4y+3z+w$, $x=0$, $y=0$, $z=5$, $w=15$	35

التكلفة المثلى هي المسار $A_1 B_3 + A_1 B_4$ يعطي قيمة 30 دينار للصف الاول



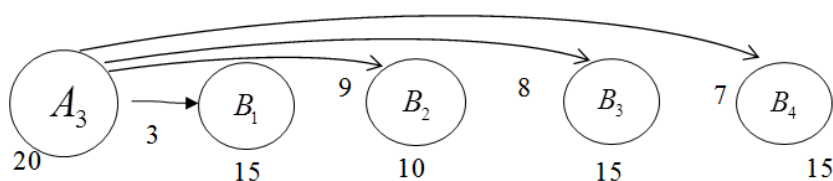
شكل (5) مسارات الصف الثاني

استخدام البرمجة الخطية متعددة الأهداف لإيجاد أقصر مسار لنموذج مسألة النقل

جدول (5) أقل تكلفة لمسارات الصف الثاني

المسار	معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة ممكنة	أقل تكلفة للمسار
$A_2 B_1$	$P.E=7x$, $x=15$	105
$A_2 B_2$	$P.E=y$	غير متاحة
$A_2 B_3$	$P.E=10z$, $z=15$	150
$A_2 B_4$	$P.E=2w$, $w=15$	30
$A_2 B_1 + A_2 B_2$	$P.E=7x+y$, $x=5$, $y=10$	45
$A_2 B_1 + A_2 B_3$	5 , $z=0$ $P.E=7x+10z$, $x=$	105
$A_2 B_1 + A_2 B_4$	$P.E=7x+2w$, $x=0$, $w=15$	30
$A_2 B_2 + A_2 B_3$	$P.E=y+10z$, $y=10$, $z=5$	60
$A_2 B_2 + A_2 B_4$	$P.E=y+2w$, $y=10$, $w=5$	20
$A_2 B_3 + A_2 B_4$	$P.E=10z+2w$, $z=0$, $w=15$	30
$A_2 B_1 + A_2 B_2 + A_2 B_3$	$P.E=7x+y+10z$, $x=5$, $y=10$, $z=0$	45
$A_2 B_1 + A_2 B_2 + A_2 B_4$	$P.E=7x+y+2w$, $x=0$, $y=10$, $w=5$	20
$A_2 B_1 + A_2 B_3 + A_2 B_4$	$P.E=7x+10z+2w$, $x=0$, $z=0$, $w=15$	30
$A_2 B_2 + A_2 B_3 + A_2 B_4$	$P.E=y+10z+2w$, $y=10$, $z=0$, $w=5$	20
$A_2 B_1 + A_2 B_2 + A_2 B_3 + A_2 B_4$	$P.E=7x+y+10z+2w$, $x=0$, $y=0$, $z=0$, $w=15$	30

التكلفة المتلى هي المسار $A_2 B_2 + A_2 B_4$ يعطي قيمة 20 دينار للصف الثاني



شكل (6) مسارات الصف الثالث

نهى شقليه

جدول (6) أقل تكلفة لمسارات الصف الثالث

المسار	معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة	أقل تكلفة للمسار
$A_3 B_1$	$P.E=3x$	غير متاحة
$A_3 B_2$	$P.E=9y$	غير متاحة
$A_3 B_3$	$P.E=8z$	غير متاحة
$A_3 B_4$	$P.E=7w$	غير متاحة
$A_3 B_1 + A_3 B_2$	$P.E=3x+9y$, $x=15$, $y=5$	90
$A_3 B_1 + A_3 B_3$	$P.E=3x+8z$, $x=15$, $z=5$	85
$A_3 B_1 + A_3 B_4$	$P.E=3x+7w$, $x=15$, $w=5$	80
$A_3 B_2 + A_3 B_3$	$P.E=9y+8z$, $y=5$, $z=15$	165
$A_3 B_2 + A_3 B_4$	$P.E=9y+7w$, $y=5$, $w=15$	150
$A_3 B_3 + A_3 B_4$	$P.E=8z+7w$, $z=5$, $w=15$	145
$A_3 B_1 + A_3 B_2 + A_3 B_3$	$P.E=3x+9y+8z$, $x=15$, $y=0$, $z=5$	85
$A_3 B_1 + A_3 B_2 + A_3 B_4$	$P.E=3x+9y+7w$, $x=15$, $y=0$, $w=5$	80
$A_3 B_1 + A_3 B_3 + A_3 B_4$	$P.E=3x+8z+7w$, $x=15$, $z=0$, $w=5$	80
$A_3 B_2 + A_3 B_3 + A_3 B_4$	$P.E=9y+8z+7w$, $y=0$, $z=5$, $w=15$	145
$A_3 B_1 + A_3 B_2 + A_3 B_3 + A_3 B_4$	$P.E=3x+9y+8z+7w$, $x=15$, $y=0$, $z=0$, $w=5$	80

التكلفة المتلى هي المسار $A_3 B_1 + A_3 B_4$ يعطي قيمة 80 دينار للصف الثالث.

مسألة النقل الثالثة : إذا كان لدينا مسألة النقل التالية

عدد الصفوف لها $m=4$ و عدد الاعمدة لها $n=5$

استخدام البرمجة الخطية متعددة الأهداف لإيجاد أقصر مسار لنموذج مسألة النقل

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	7	3	8	2	6	33
A_2	5	2	7	4	5	27
A_3	4	3	2	5	1	40
A_4	1	2	3	5	7	25
	20	45	5	30	25	

نموذج (5) الحل الأمثل لمسألة النقل الثالثة

والحل الأمثل لها هو

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	<div><div></div><div>7</div></div>	<div>3<div><div></div><div>3</div></div></div>	<div><div></div><div>8</div></div>	<div>30<div><div></div><div>2</div></div></div>	<div><div></div><div>6</div></div>	33
A_2	<div><div></div><div>5</div></div>	<div>27<div><div></div><div>2</div></div></div>	<div><div></div><div>7</div></div>	<div><div></div><div>4</div></div>	<div><div></div><div>5</div></div>	27
A_3	<div><div></div><div>4</div></div>	<div>10<div><div></div><div>3</div></div></div>	<div>5<div><div></div><div>2</div></div></div>	<div><div></div><div>5</div></div>	<div>25<div><div></div><div>1</div></div></div>	40
A_4	<div>20<div><div></div><div>1</div></div></div>	<div>5<div><div></div><div>2</div></div></div>	<div><div></div><div>3</div></div>	<div><div></div><div>5</div></div>	<div><div></div><div>7</div></div>	25
	20	45	5	30	25	

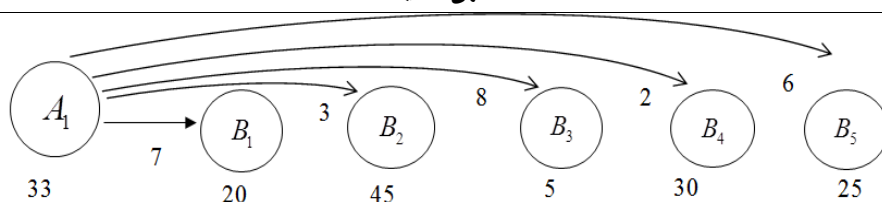
نموذج (6) الحل الأمثل لمسألة النقل الثالثة

وتكلفة الحل الأمثل لنموذج مسألة النقل هي :

$$218 = 2 \times 5 + 1 \times 20 + 1 \times 25 + 2 \times 5 + 3 \times 10 + 2 \times 27 + 2 \times 30 + 3 \times 3$$

وعند استخدام طريقة اقصر مسار لهذه المسألة خمسة اعمدة بالتالي $(2^5 - 1 = 31)$ عدد المسارات المتاحة لكل صف ويتم حساب اقل تكلفة ممكنة لكل مسار بفرض المتغير x للعمود الأول والمتغير y للعمود الثاني والمتغير z للعمود الثالث والمتغير w للعمود الرابع والمتغير v للعمود الخامس كما هو موضح في الجدول (7) التالي :

نهى شقليه



شكل (7) مسارات الصف الاول

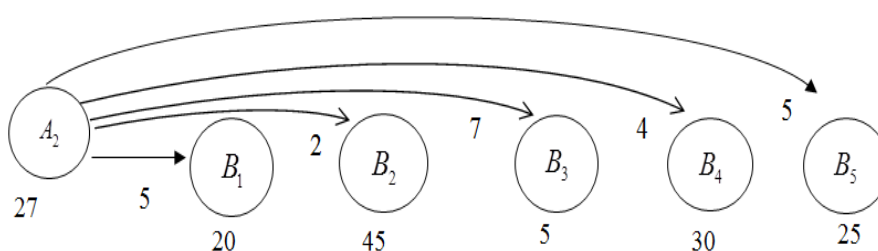
جدول (7) أقل تكلفة لمسارات الصف الأول

المسار	معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة ممكنة	أقل تكلفة للمسار
$A_1 B_1$	$P.E=7x$	غير متاحة
$A_1 B_2$	$P.E=3y, y=33$	99
$A_1 B_3$	$P.E=8z$	غير متاحة
$A_1 B_4$	$P.E=2w$	غير متاحة
$A_1 B_5$	$P.E=6v$	غير متاحة
$A_1 B_1 + A_1 B_2$	$P.E=7x+3y, x=0, y=33$	99
$A_1 B_1 + A_1 B_3$	$P.E=7x+8z, x=22, z=11$	242
$A_1 B_1 + A_1 B_4$	$P.E=7x+2w, x=3, w=30$	81
$A_1 B_1 + A_1 B_5$	$P.E=7x+6v, x=8, v=25$	206
$A_1 B_2 + A_1 B_3$	$P.E=3y+8z, y=33, z=0$	99
$A_1 B_2 + A_1 B_4$	$P.E=3y+2w, y=3, w=30$	69
$A_1 B_2 + A_1 B_5$	$P.E=3y+6v, y=33, v=0$	99
$A_1 B_3 + A_1 B_4$	$P.E=8z+2w, z=3, w=30$	84
$A_1 B_3 + A_1 B_5$	$P.E=8z+6v$	غير متاحة
$A_1 B_4 + A_1 B_5$	$P.E=2w+6v, w=30, v=3$	78
$A_1 B_1 + A_1 B_2 + A_1 B_3$	$P.E=7x+3y+8z, x=0, y=33, z=0$	99
$A_1 B_1 + A_1 B_2 + A_1 B_4$	$P.E=7x+3y+2w, x=0, y=3, w=30$	69
$A_1 B_1 + A_1 B_2 + A_1 B_5$	$P.E=7x+3y+6v, x=0, y=33, v=0$	99
$A_1 B_2 + A_1 B_3 + A_1 B_4$	$P.E=7x+8z+2w, x=3, z=0, w=30$	81
$A_1 B_1 + A_1 B_3 + A_1 B_5$	$P.E=7x+8z+6v, x=8, z=0, v=25$	206
$A_1 B_1 + A_1 B_4 + A_1 B_5$	$P.E=7x+2w+6v, x=0, w=30, v=3$	78
$A_1 B_2 + A_1 B_3 + A_1 B_4$	$P.E=3y+8z+2w, y=3, z=0, w=30$	69
$A_1 B_2 + A_1 B_3 + A_1 B_5$	$P.E=3y+8z+6v, y=33, z=0, v=0$	99

استخدام البرمجة الخطية متعددة الأهداف لإيجاد أقصر مسار لنموذج مسألة النقل

$A_1 B_2 + A_1 B_4 + A_1 B_5$	$P.E=3y+2w+6v, y=3, w=30, v=0$	69
$A_1 B_3 + A_1 B_4 + A_1 B_5$	$P.E=8z+2w+6v, z=0, w=30, v=3$	78
$A_1 B_1 + A_1 B_2 + A_1 B_3 + A_1 B_4$	$P.E=7x+3y+8z+2w, x=0, y=3, z=0, w=30$	69
$A_1 B_1 + A_1 B_2 + A_1 B_3 + A_1 B_5$	$P.E=7x+3y+8z+6v, x=0, y=3, z=0, v=0$	99
$A_1 B_1 + A_1 B_2 + A_1 B_4 + A_1 B_5$	$P.E=7x+3y+2w+6v, x=0, y=3, w=30, v=0$	69
$A_1 B_1 + A_1 B_3 + A_1 B_4 + A_1 B_5$	$P.E=7x+8z+2w+6v, x=0, z=0, w=30, v=3$	78
$A_1 B_2 + A_1 B_3 + A_1 B_4 + A_1 B_5$	$P.E=3y+8z+2w+6v, y=3, z=0, w=30, v=0$	69
$A_1 B_1 + A_1 B_2 + A_1 B_3 + A_1 B_4 + A_1 B_5$	$P.E=7x+3y+8z+2w+6v, x=0, y=3, z=0, w=30, v=0$	69

التكلفة المثلى هي المسار $A_1 B_2 + A_1 B_4$ يعطي قيمة 69 دينار للصف الأول



شكل (8) مسارات الصف الثاني

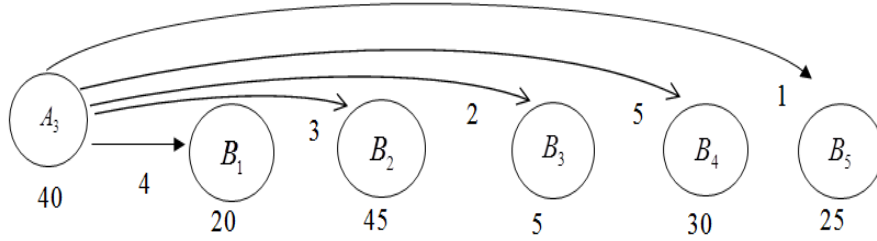
جدول (8) أقل تكلفة لمسارات الصف الثاني

المسار	معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة ممكنة	أقل تكلفة للمسار
$A_2 B_1$	$P.E=5x$	غير متاحة
$A_2 B_2$	$P.E=2y, y=27$	54
$A_2 B_3$	$P.E=7z$	غير متاحة
$A_2 B_4$	$P.E=4w, w=27$	108
$A_2 B_5$	$P.E=5v$	غير متاحة
$A_2 B_1 + A_2 B_2$	$P.E=5x+2y, x=0, y=27$	54

نهى شقليه

$A_2 B_1 + A_2 B_3$	$P.E=5x+7z,$	غير متاحة
$A_2 B_1 + A_2 B_4$	$70, w=2P.E=5x+4w, x=$	108
$A_2 B_1 + A_2 B_5$	$P.E=5x+5v, x=20, v=7$	135
$A_2 B_2 + A_2 B_3$	$P.E=2y+7z, y=27, z=0$	54
$A_2 B_2 + A_2 B_4$	$P.E=2y+4w, y=27, w=0$	54
$A_2 B_2 + A_2 B_5$	$P.E=2y+5v, y=27, v=0$	54
$A_2 B_3 + A_2 B_4$	$P.E=7z+4w, z=0, w=27$	108
$A_2 B_3 + A_2 B_5$	$P.E=7z+5v, z=2, v=25$	139
$A_2 B_4 + A_2 B_5$	$P.E=4w+5v, w=27, v=0$	108
$A_2 B_1 + A_2 B_2 + A_2 B_3$	$P.E=5x+2y+7z, x=0, y=27, z=0$	54
$A_2 B_1 + A_2 B_2 + A_2 B_4$	$P.E=5x+2y+4w, x=0, y=27, w=0$	54
$A_2 B_1 + A_2 B_2 + A_2 B_5$	$P.E=5x+2y+5v, x=0, y=27, v=0$	54
$A_2 B_1 + A_2 B_3 + A_2 B_4$	$P.E=5x+7z+4w, x=0, z=0, w=27$	108
$A_2 B_1 + A_2 B_3 + A_2 B_5$	$P.E=5x+7z+5v, x=20, z=0, v=7$	135
$A_2 B_1 + A_2 B_4 + A_2 B_5$	$P.E=5x+4w+5v, x=0, w=27, v=0$	108
$A_2 B_2 + A_2 B_3 + A_2 B_4$	$P.E=2y+7z+4w, y=27, z=0, w=0$	54
$A_2 B_2 + A_2 B_3 + A_2 B_5$	$P.E=2y+7z+5v, y=27, z=0, v=0$	54
$A_2 B_2 + A_2 B_4 + A_2 B_5$	$P.E=2y+4w+5v, y=27, w=0, v=0$	54
$A_2 B_3 + A_2 B_4 + A_2 B_5$	$P.E=7z+4w+5v, z=0, w=27, v=0$	108
$A_2 B_1 + A_2 B_2 + A_2 B_3 + A_2 B_4$	$P.E=5x+2y+7z+4w, x=0, y=27, z=0, w=0$	54
$A_2 B_1 + A_2 B_2 + A_2 B_3 + A_2 B_5$	$P.E=5x+2y+7z+5v, x=0, y=27, z=0, v=0$	54
$A_2 B_1 + A_2 B_2 + A_2 B_4 + A_2 B_5$	$P.E=5x+2y+4w+5v, x=0, y=27, w=0, v=0$	54
$A_2 B_1 + A_2 B_3 + A_2 B_4 + A_2 B_5$	$P.E=5x+7z+4w+5v, x=0, z=0, w=27, v=0$	108
$A_2 B_2 + A_2 B_3 + A_2 B_4 + A_2 B_5$	$P.E=2y+7z+4w+5v, y=27, z=0, w=0, v=0$	54
$A_2 B_1 + A_2 B_2 + A_2 B_3 +$ $A_2 B_4 + A_2 B_5$	$P.E=5x+2y+7z+4w+5v, x=0, y=27, z=0, w=0, v=0$	54

التكلفة المتلى هي المسار $A_2 B_2$ يعطي قيمة 54 دينار للصف الثاني .



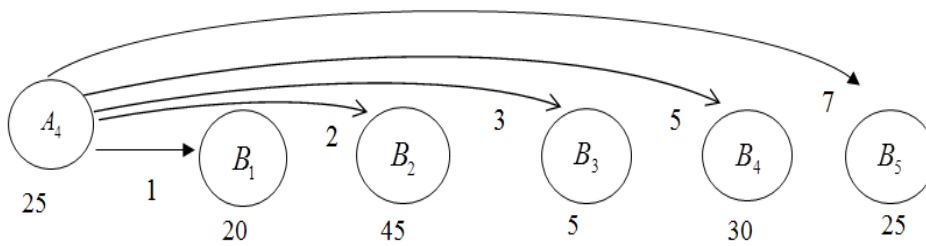
شكل (9) مسارات الصف الثالث
جدول (9) أقل تكلفة لمسارات الصف الثالث

المسار	معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة ممكنة	أقل تكلفة للمسار
$A_3 B_1$	$P.E=4x$	غير متاحة
$A_3 B_2$	$y, y=40, P.E=$	120
$A_3 B_3$	$z, P.E=$	غير متاحة
$A_3 B_4$	$P.E=5w$	غير متاحة
$A_3 B_5$	$P.E=v$	غير متاحة
$A_3 B_1 + A_3 B_2$	$P.E=4x+3y, x=0, y=40$	120
$A_3 B_1 + A_3 B_3$	$P.E=4x+2z$	غير متاحة
$A_3 B_1 + A_3 B_4$	$x+5w, x=20, w=20, P.E=$	180
$A_3 B_1 + A_3 B_5$	$x+v, x=15, v=25, P.E=$	85
$A_3 B_2 + A_3 B_3$	$5, z=35, z, y=2y+3, P.E=$	115
$A_3 B_2 + A_3 B_4$	$5w, y=40, w=0+y, P.E=$	120
$A_3 B_2 + A_3 B_5$	$y+v, y=15, v=25, P.E=$	70
$A_3 B_3 + A_3 B_4$	$z+5w, P.E=$	غير متاحة
$A_3 B_3 + A_3 B_5$	$z+v, P.E=$	غير متاحة
$A_3 B_4 + A_3 B_5$	$P.E=5w+v, w=15, v=25$	100
$A_3 B_1 + A_3 B_2 + A_3 B_3$	$P.E=4x+3y+2z, x=0, y=35, z=5$	115
$A_3 B_1 + A_3 B_2 + A_3 B_4$	$P.E=4x+3y+5w, x=0, y=40, w=0$	120
$A_3 B_1 + A_3 B_2 + A_3 B_5$	$P.E=4x+3y+v, x=0, y=15, v=25$	70
$A_3 B_1 + A_3 B_3 + A_3 B_4$	$P.E=4x+2z+5w, x=20, z=5, w=15$	165
$A_3 B_1 + A_3 B_3 + A_3 B_5$	$P.E=4x+2z+v, x=10, z=5, v=25$	75
$A_3 B_1 + A_3 B_4 + A_3 B_5$	$P.E=4x+5w+v, x=15, w=0, v=25$	85
$A_3 B_2 + A_3 B_3 + A_3 B_4$	$P.E=3y+2z+5w, y=35, z=5, w=0$	115
$A_3 B_2 + A_3 B_3 + A_3 B_5$	$P.E=3y+2z+v, y=10, z=5, v=25$	65

نهى شقليه

$A_3 B_2 + A_3 B_4 + A_3 B_5$	$P.E=3y+5w+v, y=15, w=0, v=25$	70
$A_3 B_3 + A_3 B_4 + A_3 B_5$	$P.E=2z+5w+v, z=5, w=10, v=25$	85
$A_3 B_1 + A_3 B_2 + A_3 B_3 + A_3 B_4$	$P.E=4x+3y+2z+5w, x=0, y=35, z=5, w=0$	115
$A_3 B_1 + A_3 B_2 + A_3 B_3 + A_3 B_5$	$P.E=4x+3y+2z+v, x=0, y=10, z=5, v=25$	65
$A_3 B_1 + A_3 B_2 + A_3 B_4 + A_3 B_5$	$P.E=4x+3y+5w+v, x=0, y=15, w=0, v=25$	70
$A_3 B_1 + A_3 B_3 + A_3 B_4 + A_3 B_5$	$P.E=4x+2z+5w+v, x=10, z=5, w=0, v=25$	75
$A_3 B_2 + A_3 B_3 + A_3 B_4 + A_3 B_5$	$P.E=3y+2z+5w+v, y=10, z=5, w=0, v=25$	65
$A_3 B_1 + A_3 B_2 + A_3 B_3 + A_3 B_4 + A_3 B_5$	$P.E=4x+3y+3z+5w+v, x=0, y=10, z=5, w=0, v=25$	65

التكلفة المثلى هي $A_3 B_2 + A_3 B_3 + A_3 B_5$ ويعطي قيمة 65 دينار للصف الثالث .



شكل (10) مسارات الصف الرابع

جدول (10) أقل تكلفة لمسارات الصف الرابع

المسار	معادلة المسار مع فرض أقل تكلفة ممكنة	أقل تكلفة للمسار
$A_4 B_1$	$P.E=x$	غير متاحة
$A_4 B_2$	$P.E=2y, y=25$	50
$A_4 B_3$	$P.E=3z$	غير متاحة
$A_4 B_4$	$P.E=5w, w=25$	125
$A_4 B_5$	$P.E=7v, v=25$	175
$A_4 B_1 + A_4 B_2$	$P.E=x+2y, x=20, y=5$	30
$A_4 B_1 + A_4 B_3$	$P.E=x+3z, x=20, z=5$	35
$A_4 B_1 + A_4 B_4$	$P.E=x+5w, x=20, w=5$	45

استخدام البرمجة الخطية متعددة الأهداف لإيجاد أقصر مسار لنموذج مسألة النقل

$A_4 B_1 + A_4 B_5$	$P.E=x+7v, x=20, v=5$	55
$A_4 B_2 + A_4 B_3$	$P.E=2y+3z, y=25, z=0$	50
$A_4 B_2 + A_4 B_4$	$P.E=2y+5w, y=25, w=0$	50
$A_4 B_2 + A_4 B_5$	$P.E=2y+7v, y=25, v=0$	50
$A_4 B_3 + A_4 B_4$	$P.E=3z+5w, z=5, w=20$	115
$A_4 B_3 + A_4 B_5$	$P.E=3z+7v, z=5, v=20$	155
$A_4 B_4 + A_4 B_5$	$P.E=5w+7v, w=25, v=0$	125
$A_4 B_1 + A_4 B_2 + A_4 B_3$	$P.E=x+2y+3z, x=20, y=5, z=0$	30
$A_4 B_1 + A_4 B_2 + A_4 B_4$	$P.E=x+2y+5w, x=20, y=5, w=0$	30
$A_4 B_1 + A_4 B_2 + A_4 B_5$	$P.E=x+2y+7v, x=20, y=5, v=0$	30
$A_4 B_1 + A_4 B_3 + A_4 B_4$	$P.E=x+3z+5w, x=20, z=5, w=0$	35
$A_4 B_1 + A_4 B_3 + A_4 B_5$	$P.E=x+3z+7v, x=20, z=5, v=0$	35
$A_4 B_1 + A_4 B_4 + A_4 B_5$	$P.E=x+5w+7v, x=20, w=5, v=0$	45
$A_4 B_2 + A_4 B_3 + A_4 B_4$	$P.E=2y+3z+5w, y=25, z=0, w=0$	50
$A_4 B_2 + A_4 B_3 + A_4 B_5$	$P.E=2y+3z+7v, y=25, z=0, v=0$	50
$A_4 B_2 + A_4 B_4 + A_4 B_5$	$P.E=2y+5w+7v, y=25, w=0, v=0$	50
$A_4 B_3 + A_4 B_4 + A_4 B_5$	$P.E=3z+5w+7v, z=5, w=20, v=0$	115
$A_4 B_1 + A_4 B_2 + A_4 B_3 + A_4 B_4$	$P.E=x+2y+3z+5w, x=20, y=5, z=0, w=0$	30
$A_4 B_1 + A_4 B_2 + A_4 B_3 + A_4 B_5$	$P.E=x+2y+3z+7v, x=20, y=5, z=0, v=0$	30
$A_4 B_1 + A_4 B_2 + A_4 B_4 + A_4 B_5$	$P.E=x+2y+5w+7v, x=20, y=5, w=0, v=0$	30
$A_4 B_1 + A_4 B_3 + A_4 B_4 + A_4 B_5$	$P.E=x+3z+5w+7v, x=20, z=5, w=0, v=0$	35
$A_4 B_2 + A_4 B_3 + A_4 B_4 + A_4 B_5$	$P.E=2y+3z+5w+7v, y=25, z=0, w=0, v=0$	50
$A_4 B_1 + A_4 B_2 + A_4 B_3 + A_4 B_4 + A_4 B_5$	$P.E=x+2y+3z+5w+7v, x=20, y=5, z=0, w=0, v=0$	30

التكلفة المثلى هي المسار $A_4 B_1 + A_4 B_2$ ويعطي قيمة 30 دينار للصف الرابع

نهى شقليه

نتائج مسألة النقل الأولى :

الحل الأمثل لمسألة النقل بطريقة أقصر مسار يكون كالتالي :

	B_1	B_2	B_3	
A_1	<div>7</div>	<div>20</div> <div>6</div>	<div>20</div> <div>3</div>	40
A_2	<div>50</div> <div>1</div>	<div>4</div>	<div>2</div>	50
A_3	<div>5</div>	<div>30</div> <div>3</div>	<div>6</div>	30

نموذج (7) الحل الأمثل لمسألة النقل الأولى بطريقة أقصر مسار

وتكون تكلفة النقل هي : $320 = 30 \times 3 + 50 \times 1 + 20 \times 3 + 20 \times 6$ دينار .

هذه التكلفة مثلى بالنسبة للتكلفة التي تم الحصول عليها لنموذج مسألة النقل بالطرق المعتادة، ولكن هذا الحل يحقق الشرط الأول لنموذج مسألة النقل بإكتفاء الصفوف فقط ولا يحقق الشرطين الآخرين ويتم الوصول إلى نفس نتيجة الحل الأمثل لمسألة النقل وذلك بنقل 10 وحدات من المسار $A_1 B_2$ إلى المسار $A_1 B_1$ حتى يصبح الحل محقق لشروط الحل الممكن لنموذج مسألة النقل .

نتائج مسألة النقل الثانية :

الحل الأمثل لمسألة النقل بطريقة أقصر مسار يكون كالتالي :

	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	<div>5</div>	<div>4</div>	<div>5</div> <div>3</div>	<div>15</div> <div>1</div>	20
A_2	<div>7</div>	<div>10</div> <div>1</div>	<div>10</div>	<div>5</div> <div>2</div>	15
A_3	<div>15</div> <div>3</div>	<div>9</div>	<div>8</div>	<div>5</div> <div>7</div>	20

نموذج (8) الحل الأمثل لمسألة النقل الثانية بطريقة أقصر مسار

استخدام البرمجة الخطية متعددة الأهداف لإيجاد أقصر مسار لنموذج مسألة النقل

وتكون تكلفة النقل هي : $130 = 5 \times 7 + 15 \times 3 + 5 \times 2 + 10 \times 1 + 15 \times 1 + 5 \times 3$ دينار .
ولكن هذا الحل يحقق الشرط الأول بإكتفاء الصفوف ويحقق الشرط الثالث المستخدم في الحل يحقق القاعدة $(m+n-1)$ ولا يحقق الشرط الثاني اكتفاء الأعمدة .

ويتم الوصول إلي نفس نتيجة الحل الأمثل لمسألة النقل وذلك بنقل 5 وحدات من المسار $A_1 B_4$ إلي المسار $A_1 B_3$ و 5 وحدات من المسار $A_3 B_3$ إلي المسار $A_3 B_4$ حتى يصبح الحل محقق لشروط الحل الممكن لنموذج مسألة النقل .

نتائج مسألة النقل الثالثة :

الحل الأمثل لمسألة النقل بطريقة أقصر مسار يكون كالتالي :

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1		3		30		33
	7	3	8	2	6	
A_2		27				27
	5	2	7	4	5	
A_3		10	5		25	40
	4	3	2	5	1	
A_4	20	5				25
	1	2	3	5	7	

نموذج (9) الحل الأمثل لمسألة النقل الثالثة بطريقة أقصر مسار

وتكون تكلفة النقل هي :

$$218 = 5 \times 2 + 20 \times 1 + 25 \times 1 + 5 \times 2 + 10 \times 3 + 27 \times 2 + 30 \times 2 + 3 \times 3$$

وهذا الحل يحقق شروط الحل الممكن الثلاثة لنموذج مسألة النقل ويعطى نفس الحل الأمثل لنموذج النقل بالطرق المعتادة.

النتائج:

تم التوصل من خلال نتائج البحث لنماذج النقل قيد الدراسة أن مشكلة أقصر مسار بشبكة اعتيادية مباشرة هي طريقة سهلة التطبيق وهي أداة مهمة لصناع القرار بسيطة وفعالة من كل الطرق لنماذج النقل التقليدية لتحديد الحل الأمثل بشكل مباشر والأهم من ذلك أنها لا تحتاج إلي مرحلتين الحل المبدئي الممكن ومرحلة تحسين الحل للوصول للأمتلية . إلي جانب أن جميع المؤسسات الاقتصادية لا تسعى إلي تحقيق إلي هدف واحد وإنما تسعى دائماً إلي تحقيق عدة أهداف وهذا يكون على نمط برمجة مشكلة أقصر مسار متعددة الأهداف.

الخلاصة:

جدول (11) - مقارنة النتائج

نماذج النقل	تكلفة النموذج لمسألة النقل بالطرق المعتادة (طريقة التوزيع المعدل)	تكلفة النموذج بطريقة أقصر مسار
مسألة النقل الأولى	330	320
مسألة النقل الثانية	145	130
مسألة النقل الثالثة	218	218

التوصية:

يفضل استخدام مشكلة أقصر مسار لإيجاد أقل تكلفة ممكنة لنموذج مسائل النقل لأنها فعالة عملياً من حيث الحصول على أقل تكلفة نقل مثلياً من نماذج النقل المعتادة (طريقة التخطي أو طريقة التوزيع المعدل) وذلك بغض النظر عن تحقيق شروط الحل الممكن لنموذج النقل والاكتفاء بتحقيق أهم شرط للحل الممكن لجميع نماذج النقل وهو اكتفاء الصفوف الذي يناظر عملياً نقل وتوزيع الانتاج بأكمله. واستخدام البرمجيات الحديثة سيساعد في عملية تطبيق مشكلة أقصر مسار بسهولة وسرعة والوصول إلي أمثلية التكلفة لنماذج النقل .

1. ابراهيم، سميرة خليل وعباس، عفراء (2016)، " استعمال طريقة النقطة الصفوية لحل مشكلة النقل"، مجلة الغري للعلوم الاقتصادية والادارية ، جامعة بغداد، ص 275-287.
2. السلوم، عثمان بن ابراهيم (2010)، "علم الإدارة واستخدام الحاسب"، ط(1)، كلية إدارة الاعمال، جامعة الملك سعود، مركز النشر العلمي والمطابع، ص 241.
3. الفيومي، محمد احمد (1991)، "أسس بحوث العمليات"، ط(1)، دار الفرقان أريد، عمان ص 297.
4. النجار، فريد راغب (1978)، "تحليل الشبكات لتخطيط وجدولة المشروعات"، وكالة المطبوعات، الكويت، ص 197.
5. أبو العيس، ثناء رشيد صادق (2005) "بحوث العمليات البرمجة الخطية"، ط(1)، منشورات جامعة عمر المختار، البيضاء ليبيا، ص 884.
6. بخيت، عبد الجبار خضر و عبود، سهاد فيصل (2018)، "حل مشكلة النقل الثلاثي الابعاد باستعمال البرمجة الخطية المتعددة الاهداف المضببة"، ع(1) مج(10)، مجلة كلية مدينة العلم الجامعة، ص 137-158.
7. بخيت، عبد الجبار خضر، النعيمي، سعد احمد و بطيخ، عباس حسن (2013)، "مقدمة في نماذج البرمجة الخطية بين النظرية والتطبيق"، ط(1)، مطبعة اساور دار الكتب والوثائق ببغداد، ص 185.
8. حسين، عمر محمد ناصر، الزوبعي، عبيد محمود حسن و يونس، عادل موسى (2012)، "تطبيقات البرمجة الخطية في نماذج النقل"، ع(13)، مجلة العلوم والتكنولوجيا، جامعة السودان. ص 54-65.
9. خضور، أمال و شريط، صلاح الدين (2018)، "أمثلة مشكلة النقل باستخدام نموذج البرمجة الخطية متعددة الاهداف"، ع(20)، جامعة المسيلة، ص 17-31.
10. صالح، هلال هادي، عبود، خالد جرجيس و ابو العيس، ثناء رشيد صادق (1987)، "بحوث العمليات وتطبيقاتها"، ط(1) منشورات الجامعة التكنولوجية، بغداد.
11. عبد الرزاق، محمد صادق و عبد الغني، هبة الله (2017)، "البرمجة الخطية المتعددة الاهداف لإيجاد أقصر مسار في شبكة ضبابية"، ع(21)، مجلة كلية التراث الجامعة، جامعة بغداد، ص 457-472.
12. كعبور، محمد محمد (1992)، "أساسيات بحوث العمليات"، ط(1)، منشورات كلية المحاسبة غريان، ليبيا، ص 412.

13. محمد، بشير فيصل (2015)، " استعمال البرمجة الخطية لحل مشكلة النقل واختبار أمثلية الحل بالطريقة المعدلة "، ع(1)، مج(7)، مجلة كلية مدينة العلم الجامعة ، ص 104-119.

ثانياً- المراجع الأجنبية:

1. Hamdy A-Taha ،"Operation Research" ،third edition ،Mac Millan publishing New York ،P. 838 (1996)
2. Jing-Rung Yu & Tzu-Hao Wei ،"Solving The Fuzzy Shortest Path Problem By Using A Linear Multiple Objective Programming" Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers ،Vol. 24 No.5 ،PP. 360-365 (2007).

Network Optimization

1. <http://Mat.gsia.cmu.edu/Classes/QUANT/NOTES/CHAPLL.Pdf>.
2. Computational Methods in O.R. Using LINDO and LINGO – A.Barry ،Professor of statistics & O.R./M.S